

2/c a b

- (1) 関数 $y = x^2 + ax + b$ を y 軸方向に -8 だけ平行移動し、さらに x 軸方向に 3 だけ平行移動させると、 $y = x^2 - 6x + 4$ になった。このとき、 a, b の値を求めよ。

$$y = (x-3)^2 - 5 \quad \text{頂点 } (3, -5)$$

$$\begin{aligned} y+8 &= (x-3)^2 + a(x-3) + b \\ y &= x^2 - 6x + 9 + a(x-3) + b - 8 \\ &= x^2 + (a-6)x - 3a + b + 1 \end{aligned}$$

$y = (x^2 + ax + b)$ を $y = (x-d)^2 + \beta$ と変形して置くとする。

この頂点 (d, β) を $(d+3, \beta-8)$ としたものが $(3, -5)$

よって $d+3=3, \beta-8=-5$ とすると

$$d=0, \beta=3 \quad \text{よって } y = x^2 + 3 \quad \text{ゆえに } a=0, b=3$$

$$\begin{cases} a-b = -6 \\ -3a+b+1 = 4 \\ a=0 \\ b=3 \end{cases}$$

- (2) 関数 $y = x^2 + ax + b$ を原点に関して対称移動し、 x 軸方向に 2 だけ移動させると、 $y = -x^2 + 8x - 4$ になった。このとき、 a, b の値を求めよ。

$$\begin{aligned} -y &= -(x^2 + ax + b) \\ y &= -x^2 + ax - b \end{aligned}$$

$y = x^2 + ax + b$ を頂点対称にすると $y = -x^2 + ax - b$

$$y = -(x^2 - 8x) - 4$$

$$y = -(x-4)^2 + 12$$

この頂点は $(4, 12)$ である

よって $y = -x^2 + ax + b$ の頂点を x 軸方向に 2 移動

させたものだから $y = -x^2 + ax + b$ の頂点は $(2, 12)$

よって $y = -(x-2)^2 + 12$ と書けるので $y = -x^2 + 4x + 8$

$$\text{よって } a=4, b=-8$$

$$\begin{aligned} y &= -(x-2)^2 + a(x-2) - b \\ y &= -(x^2 - 4x + 4) + ax - 2a - b \\ y &= -x^2 + (4+a)x - 2a - b - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 4+a = 8 \\ -2a-b-4 = -4 \\ a=4 \\ -8-b-4 = -4 \end{cases}$$

- (3) 関数 $y = x^2 + ax + 3$ を x 軸方向に $2, y$ 軸方向に 3 だけ平行移動すると、 $y = x^2 - 2x + 6$ になった。このとき、 a の値を求めなさい。

$$y = (x-1)^2 + 5 \quad (1, 5) \text{ は もとの頂点を } x \text{ 軸方向に } 2$$

y 軸方向に 3 動かしたものが $(-1, 2)$

$$(1-2, 5-3) \rightarrow (-1, 2)$$

$$\text{よって } y = (x+1)^2 + 2$$

$$y = x^2 + 2x + 3$$

$$\text{よって } a=2$$

$$\begin{aligned} y-3 &= (x-2)^2 + a(x-2) + 3 \\ y &= x^2 - 4x + 4 + ax - 2a + 3 + 3 \\ &= x^2 + (a-4)x - 2a + 10 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a-4 = -2 \\ -2a+10 = 6 \\ a=2 \end{cases}$$