



2次関数と不等式

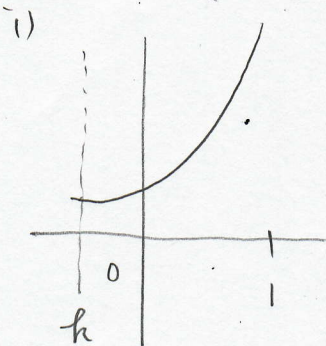


関数 $f(x) = x^2 - 2kx + \frac{1}{2}$ について、次の問いに答えよ。ただし、 $k \geq 0$ とする。

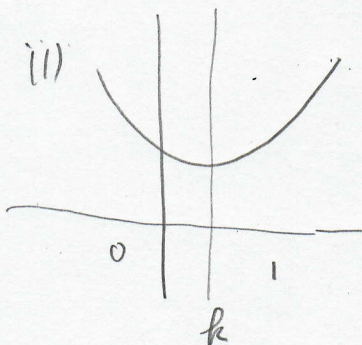
- (1) 定義域が $0 \leq x \leq 1$ である2次関数 $y = f(x)$ の最小値を m とするとき、 m を k を用いて表わせ。
- (2) $0 \leq x \leq 1$ であるすべての x について $0 \leq f(x) \leq 1$ が成り立つような k の範囲を求めよ。

(1)

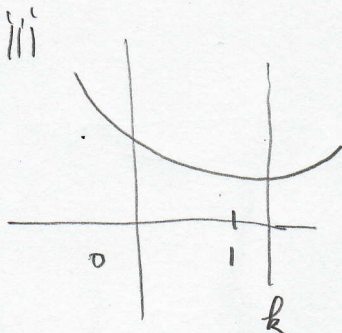
$$f(x) = (x-k)^2 - k^2 + \frac{1}{2}$$



$k \leq 0$ のとき
 最小値は $f(0) = \frac{1}{2}$



$0 \leq k \leq 1$ のとき
 最小値は $f(k) = -k^2 + \frac{1}{2}$

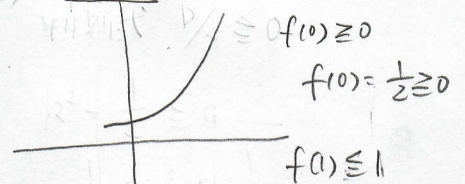


$k \geq 1$ のとき
 最小値は $f(1) = -2k + \frac{3}{2}$

(1) $\begin{cases} k \leq 0 \text{ のとき } \frac{1}{2} \\ 0 \leq k \leq 1 \text{ のとき } -k^2 + \frac{1}{2} \\ k \geq 1 \text{ のとき } -2k + \frac{3}{2} \end{cases}$

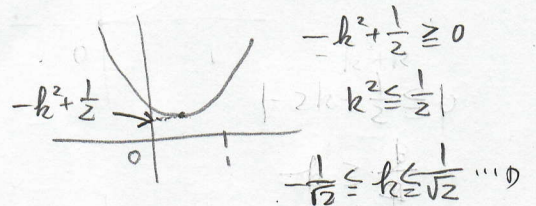
[宇都宮大]

(2) i) $k \leq 0$ のとき



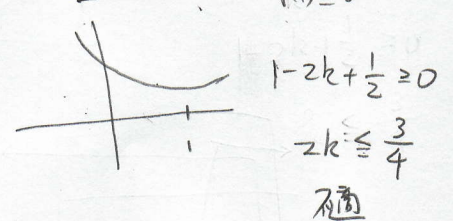
$f(0) \geq 0$
 $f(0) = \frac{1}{2} \geq 0$
 $f(1) \leq 1$
 $1 - 2k + \frac{1}{2} \leq 1 \Rightarrow 2k \geq \frac{1}{2} \Rightarrow k \geq \frac{1}{4}$
 不適 ≥ 0 のとき

ii) $0 \leq k \leq 1$ のとき



$f(0) \leq 1$ $f(1) \leq 1$ のとき $k \geq \frac{1}{4}$
 $0 \leq k \leq 1$ のとき $\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{1}{2}$

iii) $k \geq 1$



$f(1) \geq 0$
 $1 - 2k + \frac{1}{2} \geq 0 \Rightarrow 2k \leq \frac{3}{4}$
 不適

$$\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{1}{2}$$

