



$f(x) = \frac{1}{2} \sin x + \cos^2 \frac{x}{2}$ ($0 \leq x \leq \pi$) のとき、関数 $f(x)$ の最大値、最小値を求めなさい。
[東京歯大]

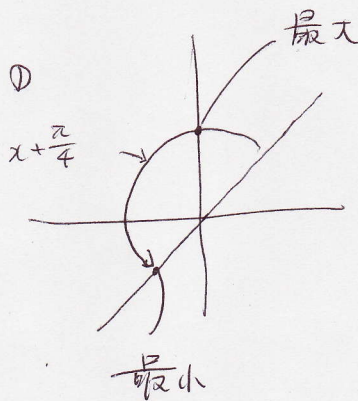
半角の公式を使うと

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin x + \frac{1 + \cos x}{2}$$

$$= \frac{1}{2} (\sin x + \cos x) + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2} \quad \text{①}$$

$$\frac{\pi}{4} \leq x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{5\pi}{4}$$



$$x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \quad a \text{ と } \text{最大値}$$

$$\text{つまり } x = \frac{\pi}{4} \quad a \text{ と } \text{最大値} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}$$

$$x + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} \quad a \text{ と } \text{最小値}$$

$$\text{つまり } x = \pi \quad a \text{ と } \text{最小値}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{1}{2} = 0$$

$$x = \frac{\pi}{4} \quad a \text{ と } \text{最大値} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}$$

$$x = \pi \quad a \text{ と } \text{最小値} \quad 0$$

