解と係数

xの2次方程式$x^2-(k-1)x+k=0$の2つの解α, βが$2\alpha=3\beta$を満たすとき, 実数kの値を求めよ。 〔群馬大〕

$$\begin{cases} \alpha+\beta=k-1 \quad \cdots① \\ \alpha\beta=k \quad \cdots② \end{cases}$$

$2\alpha=3\beta$より

$\alpha=\frac{3}{2}\beta \quad \cdots③$

①と③より

$\frac{3}{2}\beta+\beta=k-1$

$\frac{5}{2}\beta=k-1$

$\beta=\frac{2}{5}(k-1) \quad \cdots④$

②, ③より

$\frac{3}{2}\beta^2=k$ ④より

$\frac{3}{2}\cdot\left\{\frac{2}{5}(k-1)\right\}^2=k$ $\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{25}$

$\frac{6}{25}(k^2-2k+1)=k$

$6k^2-12k+6=25k$

$6k^2-37k+6=0$

$(6k-1)(k-6)=0$

$\therefore k=\frac{1}{6}, 6$

1×6
6×1