

整数11

(1) 108の正の約数の個数を求めよ。

(2)  $a, b, c, d$ を自然数とし $a \geq c$ とする。

$m = 2^a 3^b, n = 2^c 3^d$ について、 $m, n$ の正の約数の個数がそれぞれ80, 72で、 $m$ と $n$ の正の公約数の個数が45であるという。このとき、 $a, b, c, d$ を求めよ。

[群馬大]

$$(1) \begin{array}{r} 2 \overline{) 108} \\ \underline{2256} \\ 27 \end{array}$$

$$108 = 2^2 3^3$$

$$(1+2) \times (1+3) = 12 \times 4 = 48$$

$$(2) (a+1)(b+1) = 80 \dots \textcircled{1} \quad (c+1)(d+1) = 72 \dots \textcircled{2}$$

$a \geq c$  かつ 最大公約数は  $2^c 3^b$  かつ  $2^c 3^d$  である

$2^c 3^d$  は  $n$  と一致するところはない

$\therefore$  最大公約数は

$2^c 3^b$  であり、このとき

$$(c+1)(b+1) = 45$$

$$\textcircled{1} \text{ かつ } b+1 = \frac{80}{a+1} \quad \frac{c+1}{a+1} = \frac{45}{80} = \frac{9}{16} \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \text{ かつ } c+1 = \frac{72}{d+1} \quad \frac{b+1}{d+1} = \frac{45}{72} = \frac{5}{8} \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{ かつ } c+1=9 \quad b+1=5 \text{ であるから } (c+1)(b+1)=45$$

$$\text{とわかる。このとき } a+1=16 \quad d+1=8 \text{ である。}$$

$$\underline{a=15, b=4, c=8, d=7}$$