

.5

(1) m, n を自然数とすると、次の等式を満たす m, n の組み合わせを答えなさい。

$$m^2 - 8m + 2n + 9 = 0$$

$$(m-4)^2 - 16 + 2n + 9 = 0$$

$$(m-4)^2 = 7 - 2n$$

$$(m-4)^2 > 0 \text{ かつ } 7 - 2n \text{ も正であるから}$$

$$n = 1, 2, 3 \text{ とする}$$

$7 - 2n$ が平方数になるのは $n = 3$ のときで、そのとき

$$(m-4)^2 = 1$$

$$m-4 = \pm 1$$

$$m = 5, 3$$

$m > 0$ かつ $n > 0$ かつ両方とも自然数に合う $\therefore (m, n) = (5, 3), (3, 3)$

(2) m, n を自然数とすると、次の等式を満たす m, n の組み合わせをすべて答えなさい。

$$m^2 - 6m + n = 0$$

$$(m-3)^2 - 9 + n = 0$$

$$(m-3)^2 = 9 - n$$

$$(m-3)^2 \geq 0 \text{ かつ } 9 - n \geq 0$$

$$n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$$

この中で $9 - n$ が平方数になるのは

$n = 5, n = 8, n = 9$ のときである

i) $n = 5$ のとき

$$(m-3)^2 = 4$$

$$m-3 = \pm 2$$

$$m > 0 \text{ かつ } m = 5, 1$$

ii) $n = 8$ のとき

$$(m-3)^2 = 1$$

$$m-3 = \pm 1$$

$$m > 0 \text{ かつ } m = 4, 2$$

iii) $n = 9$ のとき

$$(m-3)^2 = 0$$

$$m = 3$$

$$\therefore (m, n) = (5, 5), (4, 8), (1, 5), (2, 8),$$

$$(3, 9)$$