ごうかく!

せいおう 7

$l \leqq m \leqq n$ であって，

$$\frac{1}{l}+\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{3}{2}$$

を満たす自然数の組 (l, m, n) をすべて導きなさい。　〔明治薬科大〕

$$\frac{3}{2}=\frac{1}{l}+\frac{1}{m}+\frac{1}{n} \leqq \frac{1}{l}+\frac{1}{l}+\frac{1}{l}=\frac{3}{l}$$

$\frac{3}{2} \leqq \frac{3}{l}$ より $l \leqq 2$ となり $l=1$ か 2

i) $l=1$ のとき

$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{1}{2}$ となり

$m \leqq n$ より $\frac{1}{2}=\frac{1}{m}+\frac{1}{n} \leqq \frac{1}{m}+\frac{1}{m}=\frac{2}{m}$ であるから $\frac{2}{m} \geqq \frac{1}{2}$ となり

$m \leqq 4$ ∴ $m=1, 2, 3, 4$

$m=1$ のとき 不適

$m=2$ のとき 不適

$m=3$ のとき $\frac{1}{n}=\frac{1}{6}$ 適する

$m=4$ のとき $\frac{1}{n}=\frac{1}{4}$ 適する

ii) $l=2$ のとき

$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=1$

$m \leqq n$ より

$1=\frac{1}{m}+\frac{1}{n} \leqq \frac{1}{m}+\frac{1}{m}=\frac{2}{m}$ であるから $\frac{2}{m} \geqq 1$ より $m=1$ か 2

$m=1$ のとき 不適

$m=2$ のとき $\frac{1}{n}=\frac{1}{2}$ 適する

i) ii) より $(l, m, n)=(1, 3, 6), (1, 4, 4)\ (2, 2, 2)$ の3組

ごうかく!