

整式 $x^4 + ax^3 + ax^2 + bx - 6$ が整式 $x^2 - 2x + 1$ で割り切れるとき a, b の値を求めよ。 [千葉大]

$$P(x) = x^4 + ax^3 + ax^2 + bx - 6 \quad \dots ①$$

$$Q(x) = x^2 - 2x + 1 \quad Q(x) = (x-1)^2$$

$$P(x) = Q(x)(x^2 + cx - 6) \text{ とおける。} \dots ②$$

$$Q(1) = 0 \text{ より } x=1 \text{ と } x=1 \text{ のとき } P(1) = 2a + b - 5 = 0 \dots ③$$

$$③ \text{ より } b = 5 - 2a \text{ とおける。}$$

$$P(x) = x^4 + ax^3 + ax^2 + (5-2a)x - 6 \dots ④$$

② より

$$P(x) = (x^2 - 2x + 1)(x^2 + cx - 6)$$

$$= x^4 + cx^3 - 6x^2 - 2x^3 - 2cx^2 + 12x + x^2 + cx - 6$$

$$= x^4 + (c-2)x^3 + (-5-2c)x^2 + (12+c)x - 6 \dots ⑤$$

④ と ⑤ の係数比較を行うと

$$\begin{cases} a = c - 2 \\ a = -5 - 2c \\ 12 + c = 5 - 2a \end{cases} \quad \begin{cases} a - c = -2 \\ a + 2c = -5 \end{cases} \quad \text{より} \quad \begin{cases} -3c = 3 \\ c = -1 \\ a = -3 \end{cases}$$

$a = -3, c = -1$ は問題に合う

$$b = 5 - 2a \text{ より } b = 11$$

$$\therefore \underline{\underline{a = -3, b = 11}}$$