



$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$ であれば, $a+b$, $b+c$, $c+a$ のうち, 少なくとも1つが0であることを証明しなさい。

$$\frac{bc+ac+ab}{abc} = \frac{1}{a+b+c}$$

$$(a+b+c)(bc+ac+ab) = abc$$

$$abc + a^2c + a^2b + b^2c + abc + ab^2 + bc^2 + ac^2 + abc = abc$$

$$a^2c + a^2b + ac^2 + ab^2 + 2abc + bc^2 + b^2c = 0$$

$$a^2(b+c) + a(b^2+2bc+c^2) + b^2c + bc^2 = 0$$

$$a^2(b+c) + a(b+c)^2 + bc(b+c) = 0$$

$$(b+c) \{ a^2 + a(b+c) + bc \} = 0$$

$$(b+c)(a+b)(a+c) = 0 \quad \square$$

① 34

$a+b$, $b+c$, $c+a$ のうち, 少なくとも1つが0である。

