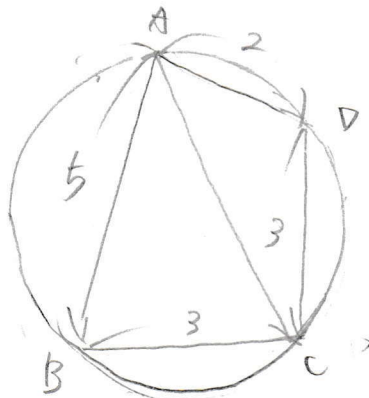


2019/10/19

円に内接する四角形 ABCD において、 $AB=5$, $BC=3$, $CD=3$, $DA=2$ であるとき、次のものを求めよ。

- (1) $\angle B$ の大きさ
- (2) AC の長さ
- (3) 四角形 ABCD の面積 S

(1)



$$\begin{aligned} \angle B = \theta \text{ として } \angle D = 180 - \theta \\ \triangle ABC \text{ について} \\ AC^2 = 25 + 9 - 2 \cdot 5 \cdot 3 \cos \theta \\ = 34 - 30 \cos \theta \quad \text{--- ①} \\ \triangle ADC \text{ について} \\ AC^2 = 4 + 9 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cos(180 - \theta) \\ = 13 + 12 \cos \theta \quad \text{--- ②} \\ \text{①} = \text{②} \text{ として} \\ 13 + 12 \cos \theta = 34 - 30 \cos \theta \\ 42 \cos \theta = 21 \\ \cos \theta = \frac{1}{2} \quad \text{0 < } \theta < 180 \text{ として} \\ \theta = 60^\circ \end{aligned}$$

(2) $\theta = 60^\circ$ として

$$\begin{aligned} AC^2 &= 34 - 30 \cdot \cos 60^\circ \\ &= 34 - 15 \\ &= 19 \end{aligned}$$

$$AC > 0 \text{ として } \underline{AC = \sqrt{19}}$$

(3) $\angle B = 60^\circ$ として $\angle D = 120^\circ$

$$\begin{aligned} \text{四角形 ABCD} \\ = \triangle ABC + \triangle ADC \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 \sin 60^\circ \\ &\quad + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \sin 120^\circ \\ &= \frac{15\sqrt{3}}{4} + \frac{6\sqrt{3}}{4} \\ &= \underline{\underline{\frac{21\sqrt{3}}{4}}} \end{aligned}$$