takeito19

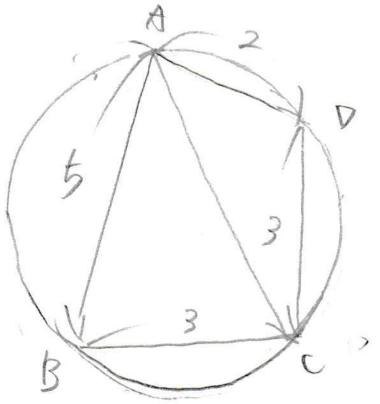
円に内接する四角形 ABCD において, AB=5, BC=3, CD=3, DA=2 であるとき, 次のものを求めよ。

(1) $\angle$B の大きさ

(2) AC の長さ

(3) 四角形 ABCD の面積 S

(1)



$\angle B = \theta$ とおくと $\angle D = 180 - \theta$

$\triangle ABC$で

$AC^2 = 25 + 9 - 2\cdot 5\cdot 3\cos\theta$

$= 34 - 30\cos\theta \quad \cdots ①$

$\triangle ADC$で

$AC^2 = 4 + 9 - 2\cdot 2\cdot 3\cos(180 - \theta)$

$= 13 + 12\cos\theta \quad \cdots ②$

②=①として

$13 + 12\cos\theta = 34 - 30\cos\theta$

$42\cos\theta = 21$

$\cos\theta = \frac{1}{2}$ 　 $0 < \theta < 180$ より

$\theta = 60°$

(2) $\theta = 60°$より

$AC^2 = 34 - 30\cdot\cos 60$

$= 34 - 15$

$= 19$

$AC > 0$より $AC = \sqrt{19}$

(3) $\angle B = 60°$より $\angle D = 120°$

四角形ABCD

$= \triangle ABC + \triangle ADC$

$= \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 3\sin 60°$

$+ \frac{1}{2}\, 2\cdot 3\cdot\sin 120°$

$= \frac{15\sqrt{3}}{4} + \frac{6\sqrt{3}}{4}$

$= \frac{21\sqrt{3}}{4}$