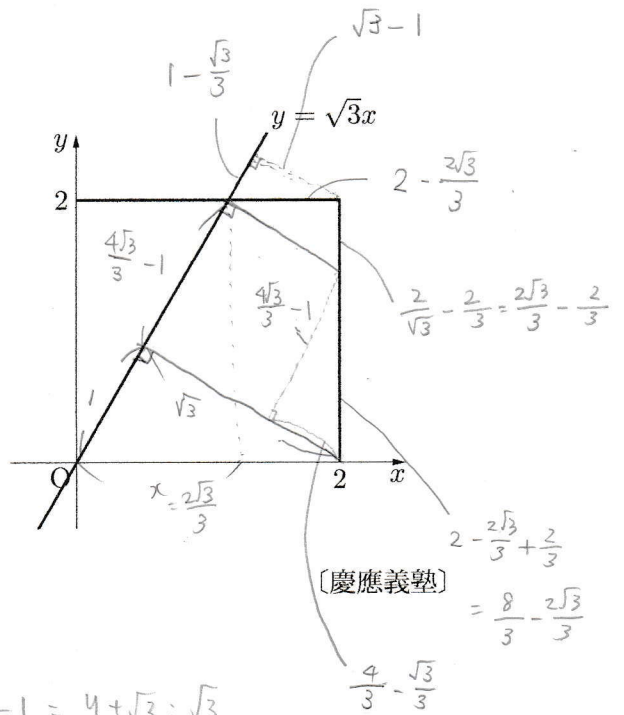
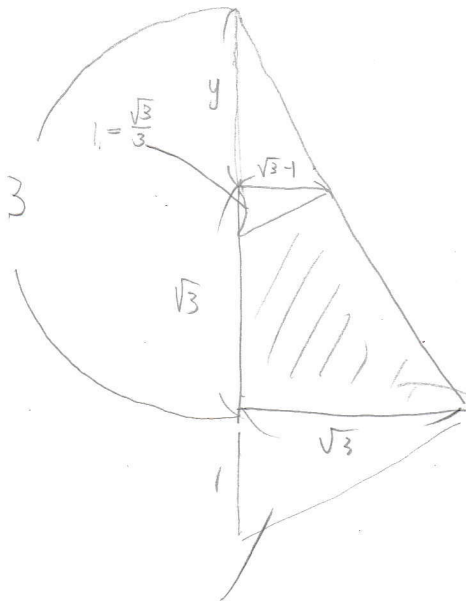


図のように座標平面上に1辺の長さ2の正方形を置く。このとき、 $y = \sqrt{3}x$  を軸として正方形を1回転したときにできる回転体の体積を求めよ。



$$\frac{2}{x} = \sqrt{3} \quad (1)$$

$$x = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$



$$y = \sqrt{3} - 1 = y + \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}y = (\sqrt{3}-1)(y+\sqrt{3})$$

$$\sqrt{3}y = \sqrt{3}y + 3 - y - \sqrt{3}$$

$$y = 3 - \sqrt{3}$$

この回転体として得られる体積は

$$\begin{aligned} & (\sqrt{3})^2 \pi \times 3 \times \frac{1}{3} - (\sqrt{3}-1)^2 \pi \times (3-\sqrt{3}) \times \frac{1}{3} \\ & - (\sqrt{3}-1)^2 \pi \times (1-\frac{\sqrt{3}}{3}) \times \frac{1}{3} \\ & = 3\pi - (\sqrt{3}-1)^2 \pi \left\{ (3-\sqrt{3}) + (1-\frac{\sqrt{3}}{3}) \right\} \times \frac{1}{3} \\ & = 3\pi - (4-2\sqrt{3}) \pi \times (4-\frac{4\sqrt{3}}{3}) \times \frac{1}{3} \\ & = 3\pi - (8 - \frac{40\sqrt{3}}{9}) \pi \\ & = (\frac{40\sqrt{3}}{9} - 5) \pi \quad (2) \end{aligned}$$

求める体積は

①+② (1)

$$(\frac{40\sqrt{3}}{9} - 4) \pi$$