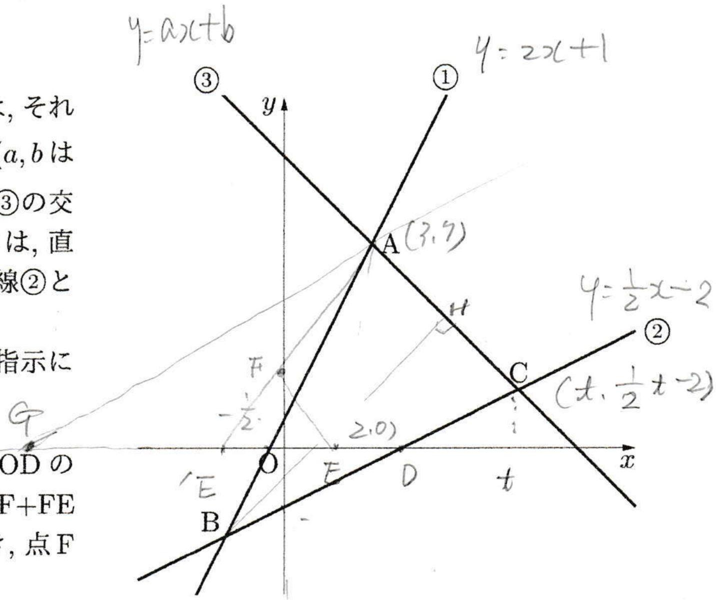
1kan52

右の図で, 直線①, 直線②, 直線③の式は, それぞれ $y=2x+1$, $y=\dfrac{1}{2}x-2$, $y=ax+b$ (a, b は定数, $a<0$) ある。点 A は直線①と直線③の交点で, 点 A の座標は (3, 7) である。点 B は, 直線①と直線② の交点である。点 C は, 直線②と直線③の交点である。

次の (1), (2) は最も簡単な数で, (3) は指示にしたがって答えよ。



(1) 直線②と x 軸の交点を D とし, 線分 OD の中点を E とする。y 軸上に点 F を AF+FE の長さが最も短くなるようにとるとき, 点 F の y 座標を求めよ。

(2) x 軸上の $x<0$ に対応する部分に点 G を, △ABC の面積と △GBC の面積が等しくなるようにとるとき, 点 G の x 座標を求めよ。

(3) 点 B から直線③に垂線をひき, 直線③との交点を H とする。
AH=CH となるとき, 点 C の x 座標を t とし, 方程式をつくって点 C の座標を求めよ。
解答は, 解く手順にしたがって書くこと。

〔福岡県〕

(1) D(4,0)より Eは$\left(\frac{0+4}{2}, 0\right)$より E(2,0)

求めるFの座標は Eを原点について対称にした点をE'とすると直線AE'とy軸の交点である。

E'(−2,0)となるので直線AE'は

$-2a+b=0$
$-)\ 3a+b=7$
$-5a=-7$
$a=\frac{7}{5}$

$a=\frac{7}{5}$より $b=\frac{14}{5}$

よって直線AE'は $y=\frac{7}{5}x+\frac{14}{5}$ であるから F$(0, \frac{14}{5})$となる

つまり $\underline{\frac{14}{5}}$

(2) 求める点Gは BC∥AG となる直線AG と x軸との交点である。直線BCの傾きが$\frac{1}{2}$なので

直線AGは $y=\frac{1}{2}x+b$ とおけ これが点Aを通るので

A(3,7)を代入すると

$7=\frac{1}{2}\times3+b$　$b=\frac{14}{2}-\frac{3}{2}=\frac{11}{2}$

よって直線AGは $y=\frac{1}{2}x+\frac{11}{2}$ となる。

したがって点Gは(−11,0)であるから

求めるGのx座標は −11

(3)

C$(t, \frac{1}{2}t-2)$とする

①,②の交点Bを求めると

$2x+1=\frac{1}{2}x-2$
$4x+2=x-4$
$3x=-6$
$x=-2$　$y=-3$　B(−2,−3)

となりAH=CHで BH⊥ACから

△BACは BA=BC であることがわかる

したがって $BA^2=BC^2$ として方程式をつくると

$(3+2)^2+(7+3)^2=(t+2)^2+(\frac{1}{2}t-2+3)^2$
$25+100=t^2+4t+4+\frac{1}{4}t^2+t+1$
$500=4t^2+16t+16+t^2+4t+4$
$5t^2+20t-480=0$
$t^2+4t-96=0$
$(t+12)(t-8)=0$

$t>0$より $t=8$ よって $\underline{C(8, 2)}$