1. 次の式を因数分解しなさい。

(1) $16xy - 40x - 6y + 15$

(2) $9x^2 + 12xy + 4y^2 + 12x + 8y$

(3) $54x^3 - 16y^3$

(4) $x^4 - 16y^4$

〔北海道医療大〕

2. 方程式 $3y-10x=48$ と不等式 $x^2<y<4x+15$ を同時に満たす整数は $x=\boxed{}$, $y=\boxed{}$ である。 〔北海道薬科大〕

3. 5040 を素因数分解すると

$$5040 = 2^{\boxed{}} \times 3^{\boxed{}} \times \boxed{\ast} \times \boxed{\ast\ast}$$

となる。ただし，$\boxed{\ast} < \boxed{\ast\ast}$ とする。5040 の正の約数は $\boxed{}$ 個ある。また，5040 の正の約数の和は $\boxed{}$ である。〔杏林大〕

4. 2 次関数 $y=\dfrac{9}{4}x^2+ax+4$ のグラフ C は点 $(2,\ k)$ を通る。このとき,

$$a=\frac{k-\boxed{}}{\boxed{}}$$

である。グラフ C が直線 $y=-\dfrac{1}{2}x+3$ と接するのは

$$k=\boxed{},\ \boxed{}$$

のときであり, 接点の x 座標はそれぞれ

$$x=\frac{\boxed{}}{\boxed{}},\ \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

である。〔独協医大〕

5. 2 次方程式 $ax^2 - 2x + a = 0$ が $0 < x < 1$ の範囲に解をただ 1 つ持つ a の範囲は $\boxed{} < a < \boxed{}$ である。 〔玉川大〕

6. $f(x)=|x^2-1|-x$ の $-1 \leqq x \leqq 2$ における最大値は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ であり, 最小値は $\boxed{}$ である。

〔昭和薬科大〕

7. 底辺の長さが x, 高さが y の三角形が $2x + y = 3$ を満たすとき, 三角形の面積の最大値は $\boxed{\textbf{ア}}$ である。〔立教大〕

8. △ABC において, BC, CA, AB の長さをそれぞれ a, b, c とする。以下の問いに答えよ。

(1) ∠C が 90° のとき, $\sin^2 A + \sin^2 B = 1$ であることを示せ。

(2) $\sin B = 2\sin A \cos C$, $a : b = 1 : \sqrt{3}, c = 3$ のとき, △ABC の面積を求めよ。

〔北星学園大〕

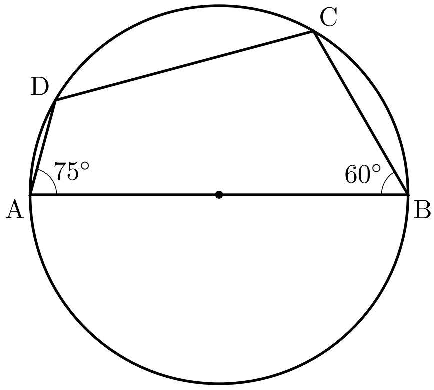
9. 底面の半径が a, 高さが $2a$ の円柱にちょうど入る球または円錐がある。以下の問いに答えよ。

(1) この円柱, 球, 円錐の体積比を求めよ。

(2) この円錐と同じ表面積を持つ正四面体の 1 辺の長さを求めよ。

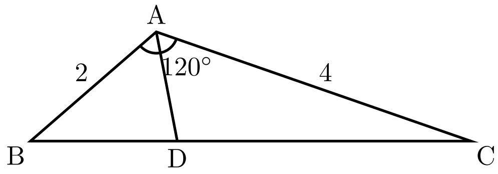
〔北星学園大〕

10. 半径 1 の円において, 直径 AB と円周上の点 C, D で, 四角形 ABCD を作る。$\angle \mathrm{A} = 75^\circ$, $\angle \mathrm{B} = 60^\circ$ のとき, $\angle \mathrm{DAC} = \boxed{}$ である。また, CD の長さは $\boxed{}$ である。



〔北海道工業大〕

11. 三角形 ABC において, AB=2, AC=4, $A = 120^\circ$ であるとき, 三角形 ABC の面積は $\boxed{}$ である。また, この三角形 ABC の ∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とするとき, AD の長さは $\boxed{}$ である。



〔北海道工業大〕

12. 三角形 ABC において, $\angle$BAC の 2 等分線と BC との交点を D とし, $\angle\mathrm{BAD} = \theta$ とおく。AB=2, AC=3, $\sin\theta = \dfrac{1}{3}$ とする。

(1) $\triangle$ABC の面積を求めよ。

(2) AD を求めよ。

〔東京女子大〕

13. 底面が正六角形 ABCDEF で頂点が O の正六角錐 O$-$ABCDEF がある。底面の辺の長さを a, OA=OB=OC=OD= OE=OF= $2a$ とする。2 つの面 △OAB と △OBC のなす角を θ とするとき, $\cos\theta$ を求めよ。 〔早稲田大〕

14. 一辺の長さが 1 の正四面体 OABC において, 辺 OA を 3 : 1 に内分する点を P とする。$\angle \mathrm{BPC} = \theta$ とし, 三角形 BPC の面積を S とおく。

(1) 線分 BP の長さは $\dfrac{\sqrt{\boxed{}}}{\boxed{}}$ である。

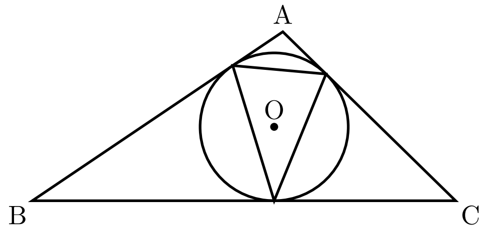
(2) $\cos\theta = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$, $S = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。

(3) 正四面体 OABC の体積を V とおくと, $V = \dfrac{\sqrt{\boxed{}}}{\boxed{}}$ である。

(4) 点 O から三角形 BPC に下ろした垂線の長さ h は $\dfrac{\sqrt{\boxed{}}}{\boxed{}}$ である。

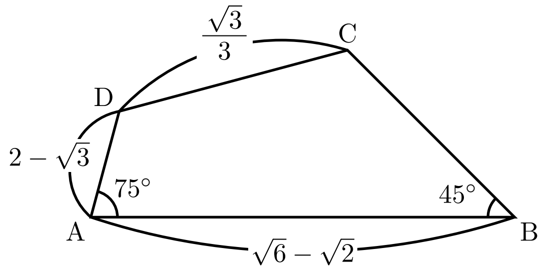
〔東邦大〕

15. 右の図のように, AB=5, BC=7, CA=4 の △ABC に内接する円を O, その接点を D, E, F とするとき, △ABC の面積は $\boxed{}\sqrt{\boxed{}}$, 円 O の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{}}}{\boxed{}}$, △DEF の面積は $\dfrac{\boxed{}\sqrt{\boxed{}}}{\boxed{}}$



〔星薬科大〕

16. 四角形 ABCD において, $\angle A = 75°$, $\angle B = 45°$, AB$= \sqrt{6}-\sqrt{2}$, AD$= 2-\sqrt{3}$, CD$= \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ であるとする。



(1) $75°=45°+30°$ を用いて, $\sin 75°$ と $\cos 75°$ の値を求めよ。

(2) BD^2 を求めよ。

(3) $\angle\mathrm{ADB}$ の大きさを求めよ。

(4) $\angle\mathrm{ADC}$ の大きさを求めよ。

〔日本女子大〕

17. 三角形ABCがあり, その辺AB, BC, CAの長さはそれぞれ9, 6, 5とする。また, 辺AB, BC, CA上にはそれぞれ点D, E, Fがあり, AD, BE, CFの長さはすべて等しく, その値がaであるとする。このとき,

(1) 三角形ABCの面積は $\boxed{}\sqrt{2}$ である。

(2) $\angle\mathrm{ABC} = B$ とすれば, $\cos B = \dfrac{\boxed{}}{27}$ である。

(3) BDとBEの長さが等しくなるようにaを決めると, DEの長さは $\sqrt{\boxed{}}$ になる。

(4) $a = \dfrac{\boxed{}}{16}$ であれば, $\angle\mathrm{ADF}$ が直角になる。

(5) $a = 2$ ならば, 三角形CFEの面積は $\dfrac{\boxed{}\sqrt{2}}{3}$ になる。

〔東北工業大〕

18. △ABC において，∠A, ∠B, ∠C の大きさを，それぞれ A, B, C，また，それらの角の対辺の長さを，それぞれ，a, b, c で表すことにする。$a = 3, b = 6, c = 7$ のとき，$\cos C = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ となり，△ABC の面積 S は $S = \boxed{}\sqrt{\boxed{}}$ である。また，この三角形の外接円の半径 R_1 は $R_1 = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\sqrt{\boxed{}}$ であり，内接円の半径 R_2 は $R_2 = \dfrac{\sqrt{\boxed{}}}{\boxed{}}$ である。

〔杏林大〕

19. △ABC において, BC : CA : AB=2 : 3 : 4 であり, 面積が $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$ であるとき, 辺 BC の長さは $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。 〔昭和薬科大〕

20. △ABC において AB=4, BC=5, CA=6 のとき, $\cos B = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ であり, △ABC の外接円の面積は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\pi$ である。さらに △ABC の外接円上に点 D を A, B, C, D がこの順に並ぶようにとる。CD=2 のとき, DA= $\dfrac{-\boxed{}+\boxed{}\sqrt{\boxed{}}}{\boxed{}}$ である。　〔大同大〕

21. 自然数 a, b に関する命題

① a, b が両方とも奇数ならば, ab は奇数である。

② ab が奇数ならば, $a^2 + b^2$ は偶数である。

③ $3a + 2b$ が奇数ならば, a, b は両方とも奇数である。

について, 次の問いに答えよ。

(1) これらの命題のうち, 真であるものは $\boxed{}$ である。

(2) これらの命題のうち, 逆が真であるものは $\boxed{}$ である。

〔北海道工業大〕

22. 9 人を 3 人ずつ A, B, C の組に分ける方法は $\boxed{}$ 通りである。また, 3 人ずつ 3 つの組に分ける方法は $\boxed{}$ 通りである。〔玉川大〕

23. n 本の当たりくじを含む 10 本のくじから, 2 本を同時にひく。少なくとも 1 本が当たりくじである確率が $\dfrac{8}{15}$ であるとすると, 2 本ともはずれる確率は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ となるから, n について

$$n^2 - \boxed{}\,n + \boxed{} = 0$$

が成り立つ。したがって, 条件を満たす n の値は $\boxed{}$ である。　〔北海道薬科大〕

24. さいころ 4 個同時に振って x 種類の数字が出たら x 点とする。例えば 1, 2, 2, 5 がでたら 3 点である。このとき, 次の問いに答えなさい。

(1) 1 点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウエ}}}$ である。

(2) 4 点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

(3) 2 点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサシ}}}$ である。

(4) 3 点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

(5) 得点 x の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ソタチ}}}{\boxed{\text{ツテト}}}$ である。

〔東北薬科大〕

25. 数字 1, 2, 3, 4, 5, 6 が 1 つずつ書かれた 6 枚のカードがある。同時に 3 枚のカードを引いたとき, 引いたカードに書かれている数の最小値を X とする。$X=1$ となる確率は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$, $X=2$ となる確率は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ であり, X の期待値は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。　〔千葉工大〕

26. 1 個のさいころを繰り返し 6 回投げて, 出た目の数を掛け合わせた積を X とすると, X が偶数である確率は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。 〔昭和薬科大〕

27. 4 個のさいころを同時に投げるとき, すべて異なる目が出る確率は $\boxed{}$ であり, 異なる目がちょうど 2 個ずつ出る確率は $\boxed{}$ である。 〔成蹊大〕

28. 3 次方程式 $x^3 - 4x^2 + 9x - 10 = 0$ の実数解は $x = \boxed{}$, 虚数解は $x = \boxed{}$ である。

〔北海道工大〕

29. $x^3+ax^2+bx+c=(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$ が x についての恒等式であるとき, $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$ を a,b,c であらわすと $\boxed{}^{\boxed{}}-\boxed{}$ である。 〔玉川大〕

30. (a) 方程式 $x^2-2x-1=0$ の 2 つの解を α, β とすれば $\alpha+\beta=\boxed{\text{ア}}$, $\alpha\beta=-\boxed{\text{イ}}$ である。

(b) $a=\boxed{\text{ウエ}}$, $b=-\boxed{\text{オカ}}$ のとき x の整式 $P(x)=ax^5+bx^4+1$ は x^2-2x-1 で割り切れる。

〔東京理科大〕

31. i を虚数単位, s, t を実数とする。$\dfrac{1+si}{t+i} = 1-2i$ ならば $s = \boxed{}$, $t = \boxed{}$ である。

〔日本大〕

32. $x=1-\sqrt{3}i$ のとき, $5x^4+3x^3+22x^2+40$ の値は $\boxed{\text{ア}}$ である。ただし i は虚数単位とする。

〔立教大〕

33. 複素数 α, β が $\alpha^3+\beta^3=-2, \alpha\beta=1$ を満たすとき, $\alpha+\beta=$ $\boxed{}$ であり, $\alpha^2+\beta^2=$ $\boxed{}$ である。〔南山大〕

34. 不等式 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{1-x^2} < \left(2\sqrt{2}\right)^{x-1}$ を満たす x の範囲を求めよ。 〔東京電機大〕

35. 関数 $f(x)=2^{-3x}-9\cdot 2^{-2x}+24\cdot 2^{-x}-20$ は $-2 \leqq x \leqq -\dfrac{1}{2}$ において最小値 $-\boxed{}$, 最大値 $-\boxed{}$ をとる。 〔星薬科大〕

36. $x > 0, y > 0,\ x + y = 12$ のとき, $\log_2 x + \log_2 y$ の最大値は

$$\boxed{\text{ア}}\left(1 + \log_2 \boxed{\text{イ}}\right)$$

である。 〔駒沢大〕

37. 正の x, y に対して

$$\log_2 x + \log_2 y = 4,\ 2^x \times 2^y = 1024$$

であるとき, 次の値を求めよ。

(1) $xy = \boxed{}$

(2) $x + y = \boxed{}$

〔北海道工大〕

38. (1) $10^{2\log 5} = \boxed{}$ ただし, 対数の底は 10 とする。

(2) $\log_{\frac{1}{3}}(3x-2) \geqq \log_{\frac{1}{9}}(2-x)$ のとき, x の値の範囲は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}} < x \leqq \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。

〔昭和薬科大〕

39. 5^{40} の桁数は $\boxed{}$ である。ただし, $\log_{10} 2$ は 0.3010 として計算せよ。 〔玉川大〕

40. 初項 4, 公比 4 の等比数列は, 第 $\boxed{}$ 項で初めて 3^{100} より大きくなる。ただし, $\log_2 3 = 1.585$, $\log_3 2 = 0.6309$ とする。 〔日本大〕

41. $\left(\frac{1}{4}\right)^{25}$ を少数で表した場合，小数第 $\boxed{\textbf{ア}}$ 位に初めて 0 でない数字が表れる。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。 〔立教大〕

42. 関数 $f(x) = \cos 2x + 2a\cos x$ $(0 \leqq x < 2\pi)$ について次の問いに答えよ。ただし, a は正の定数とする。

(1) $f(x)$ を $\cos x$ と a の式で表せ。

(2) $f(x) = -3$ をみたす x の値が 1 つに限るような a の値と, そのときの x の値を求めよ。

(3) $f(x)$ の最小値を a の式で表せ。

〔北海道学園大〕

43. $0° < \theta < 90°$ で, $\dfrac{1}{\cos\theta} - \dfrac{1}{\sin\theta} = \sqrt{3}$ であるとする。

(1) $x = \sin\theta\cos\theta$ とするとき, x に関する 2 次方程式を求めよ。

(2) $\sin\theta\cos\theta$ の値を求めよ。

(3) 次の値を求めよ。

(i) $\sin\theta$　　(ii) $\tan\theta$

(4) 次の式の値を求めよ。

(i) $\dfrac{1}{\cos 60°} - \dfrac{1}{\sin 60°}$　　(ii) $\dfrac{1}{\cos 75°} - \dfrac{1}{\sin 75°}$

〔北海道医療大〕

44. 関数 $y=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-\sin 2x$ の最大値は $\boxed{}$ である。　〔東北学院大〕

45. $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ とする。$F = 2\tan^2\theta - 8\sin^2\theta$ は

$$F = \boxed{}\cos^2\theta + \frac{\boxed{}}{\cos^2\theta} - \boxed{}$$

と変形できる。F の最小値は $\boxed{}$ であり，そのときの θ の値は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\pi$ である。

〔千葉工大〕

46. 関数 $f(x) = 6\sin^2 x + 2\cos x \cos 2x - 7\cos x - 6$ $(0 \leqq x \leqq \pi)$ に対して, $t = \cos x$ とおき, $f(x)$ を t の式で表すと $f(x) = \boxed{}$ となる。$f(x)$ は, $x = \boxed{}$ のとき最大値 $\boxed{}$ をとり, $x = \boxed{}$ のとき最小値 $\boxed{}$ をとる。〔北里大〕

47. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, $\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{8}$ のとき, 次の値を求めよ。

(1) $\sin\theta + \cos\theta = \boxed{}$

(2) $\sin^3\theta + \cos^3\theta = \boxed{}$

〔北海道工大〕

48. 方程式 $\sin^2 x + 2\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$ $(0 \leqq x < 2\pi)$ をみたす x を求めよ。　〔東京電機大〕

49. 関数 $y = 2(\cos x + \sin x) + 2\cos x \sin x + 3$ $(0 \leqq x \leqq 2\pi)$ について, 次の問いに答えよ。

(1) $t = \cos x + \sin x$ の取る値の範囲を求めよ。

(2) y を t の式で表せ。

(3) y の最大値と最小値を求めよ。

〔東京都市大〕

50. $\sin\frac{25}{36}\pi - \sin\frac{23}{36}\pi + \sin\frac{1}{36}$ を計算すると,

$$\sin\frac{25}{36}\pi - \sin\frac{23}{36}\pi + \sin\frac{1}{36} = \sin\left(\frac{2}{3}\pi + \frac{1}{36}\pi\right) - \sin\left(\frac{2}{3}\pi - \frac{1}{36}\pi\right) + \sin\frac{1}{36}\pi$$

$$= \boxed{}\cos\frac{\boxed{}}{\boxed{}}\pi\sin\frac{\boxed{}}{\boxed{}}\pi + \sin\frac{1}{36}\pi = \boxed{}$$

〔玉川大〕

51. $x^2+y^2-6ax+4ay+19a^2-a-1=0$ (a は定数) は円を表すものとする。

(1) a の値の範囲は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}} < a < \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$

(2) この円の面積が最大となるとき, 円の中心の座標は $\left(\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}, \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\right)$ であり, 最大面積は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\pi$ となる。

このとき, 座標 $\left(-\dfrac{1}{3}, 1\right)$ を通り, 円の面積を二等分する式は

$$y=-\boxed{}\,x+\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

である。

〔北海道薬科大〕

52. 座標平面上に 2 点 A$(0,\ 5)$, B$(0,\ -5)$ があり, 点 P は直線 $x-7y+25=0$ 上を動く。△ABP が直角三角形になるような点 P は, x 座標の小さい順にそれぞれ $\left(-\boxed{\text{アイ}},-\boxed{\text{ウ}}\right)$, $\left(-\boxed{\text{エ}},\boxed{\text{オ}}\right)$, $\left(\boxed{\text{カ}},\boxed{\text{キ}}\right)$, $\left(\boxed{\text{クケ}},\boxed{\text{コ}}\right)$ である。 〔駒沢大〕

53. a は実数の定数とする。円 $x^2+y^2-ax-2y=0$ 上の点 $(4, 2)$ における接線を l とする。このとき, 次の各問に答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) この円の中心の座標と半径を求めよ。

(3) 接線 l の傾きを求めよ。

(4) 接線 l の方程式を求めよ。

〔北海道工大〕

54. 次の連立方程式の表す領域を D とする。

$$y - 2x + 4 \geqq 0, \quad 4x - y^2 \geqq 0$$

点 $\mathrm{P}(x, y)$ がこの領域 D 内を動くとき, $2x + y$ の最大値は $\boxed{}$ であり, この最大値を与える点 P の座標は $\left(\boxed{}, \boxed{}\right)$ となる。また, $2x + y$ の最小値は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ であり, この最小値を与える点 P の座標は $\left(\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}, \boxed{}\right)$ となる。〔杏林大〕

55. x, y が 3 つの不等式 $y \geqq x^2$, $2x + 3y \leqq 16$, $y \leqq 5$ を同時に満たすとき, $x + y$ の最大値は $\boxed{}$ であり, 最小値は $\boxed{}$ である。〔成蹊大〕

56. (1) 次の不等式の表す領域を図示せよ。$x^2 \leqq y \leqq x+2$

(2) x, y が上の不等式を満たすとき, $x+y$ のとりうる値の範囲を求めよ。

〔成城大〕

57. 円 $C : x^2+y^2-2(a+1)x-4y+a^2+10=0$ が x 軸に接するとき $a = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。このとき, 直線 $y=kx$ $(k>0)$ が円 C と接するならば, $k = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。〔大同大〕

58. 初項 -2, 公差 3 の等差数列の第 10 項は $\boxed{}$ である。また, この数列の初項から第 10 項までの和は $\boxed{}$ である。〔北海道工大〕

59. 数列 $\{a_n\}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ が, $a_1 = 3$, $a_{n+1} = a_n + 6n + 1$ で定められているとき, 一般項 a_n は $a_n = \boxed{}\,n^2 - \boxed{}\,n + \boxed{}$ であり, 初項から n 項までの和 S_n は $S_n = n^3 + \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}n^2 + \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}n$ である。 〔昭和薬科大〕

60. 初項から第 12 項までの和が -12, 初項から第 23 項までの和が 115 である等差数列の初項は $\boxed{}$ であり, 第 23 項は $\boxed{}$ である。〔成蹊大〕

61. 数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和 S_n が $S_n = n(2n+3)$ $(n \geqq 1)$ で与えられるとき, 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。 〔東京都市大〕

62. 3 つの数 $a,\ a+6,\ 2a+17$ がこの順に等比数列となるような a の値をすべて求めよ。

〔東京電機大〕

63. 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_1 = -2,\ a_{n+1} = 3a_n + 8n\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

(1) $b_n = a_n + pn + q\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$ とおくとき, 数列 $\{b_n\}$ が等比数列になるように定数 p, q の値を定めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

〔名城大〕

64. 四角形 ABCD において $\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{CAD} = \theta$ とする。線分 BD の中点を E とし, 線分 BD と線分 AC の交点を F とする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \vec{b}$, $|\vec{a}| = a$, $|\vec{b}| = b$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = x\vec{a} + y\vec{b}$ とするとき, 次の問いに答えよ。ただし, x, y は実数とし, $x \fallingdotseq y$ とする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ の式で表せ。また, $\overrightarrow{\mathrm{EC}}$ を $x, y, \vec{a}, \vec{b}$ の式で表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AF}}$ を $a, b, \vec{a}, \vec{b}$ の式で表せ。さらに, y を a, b, x の式で表せ。

(3) $\angle\mathrm{CED} = 90^\circ$ であるとき, $\cos 2\theta$ を a, b, x, y の式で表せ。

〔北海道学園大〕

65. 一直線上にない 3 点 O, A, B がある。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とする。線分 AB を 3 等分した点を, 点 A に近い方から C, D とする。また, 点 E, F を $\overrightarrow{\mathrm{OE}} = 2\overrightarrow{\mathrm{OC}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OF}} = l\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を満たすものとする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) 点 F が線分 BE 上にあるとき, l の値を求めよ。

(3) (2) のとき面積比 $\triangle\mathrm{EOF} : \triangle\mathrm{BDF}$ を求めよ。

〔東北学院大〕

66. 三角形 OAB があり, OA=AB=4, OB=3 である。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とおく。

(1) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ の値は $\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{}$ である。

(2) ∠O の 2 等分線と辺 AB の交点を M とするとき, $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せば, $\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\boxed{}\,\vec{a}+\boxed{}\,\vec{b}$ である。

(3) B から辺 OA に垂線 BN を下ろすとき, $\overrightarrow{\mathrm{ON}}$ を $\vec{a}$ を用いて表すと, $\overrightarrow{\mathrm{ON}}=\boxed{}\,\vec{a}$ である。

(4) 直線 OM と直線 BN の交点を R とするとき, $\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表すと, $\overrightarrow{\mathrm{OR}}=\boxed{}\,\vec{a}+\boxed{}\,\vec{b}$ である。

〔北里大〕

67. 正方形 ABCD の辺 BC を 1 : 4 に内分する点を M とし, 線分 BD と線分 AM の交点を N とする。$\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ で表すと, $\overrightarrow{\mathrm{AM}} = \boxed{}$ であり, $\overrightarrow{\mathrm{AN}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ で表すと, $\overrightarrow{\mathrm{AN}} = \boxed{}$ である。 〔北海道工大〕

68. $\triangle$OAB において, OA=4, OB=3, AB= $\sqrt{13}$ とする。頂点 O から辺 AB に垂線 OH を下ろす。また, 辺 OB を 1 : 2 に内分する点を M とし, 線分 OH と線分 AM の交点を P とする。ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$, ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とするとき, 次の各問に答えよ。

(1) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。

(2) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。

(3) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ の大きさを求めよ。

〔成蹊大〕

69. 空間上の 2 つのベクトルを $\vec{a} = (1, 1, 0)$, $\vec{b} = (t, 0, 2)$ とするとき, 以下の問いに答えよ。

(1) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とするとき, $\cos\theta = \dfrac{1}{2}$ となる t の値を求めよ。

(2) $t = 1$ のとき, $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の両方に垂直な単位ベクトルを求めよ。

〔成城大〕

70. 大きさ 3 の空間ベクトル $\vec{p}$ は $\vec{q}=(1,\ 1,\ 0)$ と 45° の角をなし，$\vec{r}=(0,\ 1,\ 1)$ とも 45° の角をなす。このとき $\vec{p}$ を求めよ。〔東京女子大〕

71. 空間内に 3 点 A(5, 5, 6), B(6, 4, 6), C(6, 7, 7) がある。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}} = \boxed{}$

(2) $\angle\mathrm{BAC} = \theta$ とおくと, $\cos\theta = \dfrac{\sqrt{\boxed{}}}{\boxed{}}$ である。

(3) 四角形 ABCD が平行四辺形になるような点 D の座標は $\left(\boxed{}, \boxed{}, \boxed{}\right)$ である。また, この平行四辺形 ABCD の面積は $\boxed{}$ である。

〔日本大〕

72. △ABC において, 辺 AB を 2 : 1 に内分する点を P, 辺 AC を 2 : 3 に内分する点を Q とする。直線 BQ と直線 CP の交点を R とするとき, ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AR}}$ をベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ で表すと $\boxed{}$ である。 〔早稲田大〕

73. 関数 $f(x)=x^3+3ax^2+3bx+c$ を考える。このとき, 次の問いに答えなさい。

(1) $f(0)=65$, $f(4)=81$ であるという。このとき, $b=\boxed{\text{アイ}}a-\boxed{\text{ウ}}$, $c=\boxed{\text{エオ}}$ である。

(2) さらに $x<0$ となる x で極大値 81 をもつという。このとき, $a=\boxed{\text{カ}}$ である。

(3) $f(x)$ は $x=\boxed{\text{キ}}$ で極小値 $\boxed{\text{クケ}}$ をとる。

(4) 方程式 $f(x)=0$ の解は, $x=\boxed{\text{コサ}}$, $\dfrac{\boxed{\text{シ}}\pm\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}\,i}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

〔東北薬科大〕

74. 関数 $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2-2x$ について次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ の極大値, 極小値とそれらを与える x の値を求めよ。

(2) 方程式 $f(x)=0$ の解を求め, 関数 $y=|f(x)|$ のグラフの概形をかけ。

〔学習院大〕

75. 関数 $f(x) = x^3 + ax + b$ (a, b は定数) が $x = -1$ で極大値 5 をとるとき, a, b の値は $\boxed{}$ であり, 極小値は $\boxed{}$ である。 〔北海道工大〕

76. $f(x)=x^3-8x^2+20x-16$ とする。曲線 $C: y=f(x)$ について, 以下の問いに答えよ。

(1) 曲線 C の概形を描け。

(2) 曲線 $C': y=-f(-x)$ とする。y 軸と直線 $x=3$, および曲線 C と曲線 C' で囲まれた部分の面積を求めよ。

(3) a を実数とする。直線 $y=ax$ と曲線 C の共有点の個数を求めよ。

〔同志社大〕

77. 放物線 $C: y = x^2 - 6x + a$ (a は正の定数) は, x 軸と, 異なる 2 点 A, B で交わるものとする。x 座標の小さい方を A とする。また

C と x 軸および y 軸の 3 つで囲まれた部分の面積を S_1

C と x 軸で囲まれた部分の面積を S_2

C と x 軸および直線 $x = 6$ の 3 つで囲まれた部分の面積を S_3

とする。

(1) a の取り得る値の範囲は $\boxed{} < a < \boxed{}$ である。

(2) $S_1 + S_3 = S_2$ となるのは $a = \boxed{}$ のときである。

(3) (2) が成り立つとき

A の x 座標は $\boxed{} - \sqrt{\boxed{}}$

B の x 座標は $\boxed{} + \sqrt{\boxed{}}$

であり, $S_1 + S_3$ の値は $\boxed{}\sqrt{\boxed{}}$ である。

〔北海道薬科大〕

78. $y = |x(x-2)|$ で与えられる曲線について以下の問いに答えよ。

(1) この曲線のグラフを描け。

(2) この曲線と直線 $y = mx$ の共有点の個数を m の値で分類せよ。

(3) (2) の共有点の個数が 3 個のとき，この曲線と直線で囲まれる 2 つの図形のうち原点を含む側の図形の面積を S_1 とし，も一方の面積を S_2 とする。このとき $S_2 - S_1 = \dfrac{11}{6}$ となるような m の値を求めよ。

〔東北学院大〕

79. xy 平面上に, 曲線 $C : y = -x^2 + 3$ (ただし, $0 \leqq x \leqq \sqrt{3}$), 直線 $l : y = 3$, 直線 $m : x = p$ (ただし, $0 < p < \sqrt{3}$) がある。C と l と m で囲まれた部分の面積を S_1 とし, C と m と x 軸で囲まれた部分の面積を S_2 とする。このとき,

$$S_1 = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}p^3,\ S_2 = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}p^3 - \boxed{}\,p + \boxed{}\sqrt{\boxed{}}$$

であり, $S_1 + S_2$ は $p = \dfrac{\sqrt{\boxed{}}}{\boxed{}}$ のとき最小となる。 〔千葉工大〕

80. 関数 $f(x)=x^2+ax+b$ $(a, b$ は定数) が

$$f'(x)=2x+4,\ \int_0^3 f(x)\,dx=18$$

を満たすとき, $a=\boxed{}$, $b=\boxed{}$ である。　〔北海道工大〕

81. $y^2 \leqq 3(x+1)$ と $x \leqq 2$ の両方を満たす点 (x, y) の存在する領域の面積は $\boxed{}$ である。

〔昭和薬科大〕