

1.  $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  で定義された関数

$$f(\theta) = 4 \cos 2\theta \sin \theta + 3\sqrt{2} \cos 2\theta - 4 \sin \theta$$

を考える。

- (1)  $x = \sin \theta$  とおく。  $f(\theta)$  を  $x$  で表せ。
- (2)  $f(\theta)$  の最大値と最小値, およびそのときの  $\theta$  の値を求めよ。
- (3) 方程式  $f(\theta) = k$  が相異なる 3 つの解をもつような実数  $k$  の値を求めよ。

[北海道大]

2.  $a, b, c$  を定数とし,  $a > 0$  とする。関数  $f(x), g(x)$  を

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = -ax^2 + bx + c$$

と定める。

- (1) 2つの放物線  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  が2つの交点をもつための必要十分条件を求めよ。
- (2) 2つの放物線  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  が2つの交点  $(-1, 1), (2, 4)$  をもつとする。このとき,  $b$  と  $c$  を  $a$  を用いて表せ。
- (3) (2) の条件のもとで, 2つの放物線  $y = f(x)$  と  $y = g(x)$  で囲まれた図形の面積が9であるとき,  $a, b, c$  の値を求めよ。

〔室蘭工大〕

3. 関数  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2x$  について次の問いに答えよ。

(1)  $y = f(x)$  のグラフを描け。

(2) 実数  $a$  に対して,  $a \leq x \leq a+2$  のときの  $f(x)$  の最小値を  $g(a)$  とおく, 関数  $b = g(a)$  のグラフの概形を  $ab$  平面上にかけ。

[ 弘前大 ]

4.  $k$  を実数とする。 $xy$  平面上の放物線  $C: y = x^2 + 2x - 2$  と直線  $l: y = kx$  が異なる 2 点で交わり、交点の  $x$  座標をそれぞれ  $\alpha, \beta$  とする。ただし、 $\alpha < \beta$  である。 $C$  と  $l$  で囲まれた図形の面積を  $S$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $(\beta - \alpha)^2$  を  $k$  の式で表せ。

(2)  $\int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx = -\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$  であることを示せ。

(3)  $S^2$  の最小値とそのときの  $k$  の値を求めよ。

〔秋田大〕

5. 関数  $f(x) = ax^3 - (a+3)x + a + 3$  について、次の問いに答えよ。ただし  $a$  は 0 でない実数とする。

(1)  $f(x)$  の導関数を  $f'(x)$  とする。 $x$  の方程式  $f'(x) = 0$  が実数解をもつような  $a$  の範囲を求めよ。そのときの実数解をすべて求めよ。

(2)  $x$  の方程式  $f(x) = 0$  が 3 個の異なる実数解をもつような  $a$  の範囲を求めよ。

〔宮城教育大〕

6.  $f(x) = x^3 - 3x$  とするとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 曲線  $y = f(x)$  上の点  $(a, f(a))$  における接線の方程式を求めよ。
- (2) 曲線  $y = f(x)$  の接線のうち, 点  $(2, 2)$  を通るものの方程式をすべて求めよ。
- (3) 点  $(2, t)$  から曲線  $y = f(x)$  に 3 本の接線が引けるとき,  $t$  の値の範囲を求めよ。

〔岩手大〕

7. 関数  $f(x) = 2 \sin^2 x + 4 \sin x + 3 \cos 2x$  について、以下の問いに答えよ。ただし、 $0 \leq x < 2\pi$  である。

(1)  $t = \sin x$  とするとき、 $f(x)$  を  $t$  の式で表せ。

(2)  $f(x)$  の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの  $x$  の値をすべて求めよ。

(3) 方程式  $f(x) = a$  の相異なる解が 4 個であるような実数  $a$  の値の範囲を求めよ。

〔岩手大〕

8. 3次関数  $f(x) = x^3 + ax^2 + b$  について、曲線  $y = f(x)$  上の点  $P(t, f(t))$  における曲線の接線を  $l_t$  とする。

(1)  $l_t$  の方程式を求めよ。

(2)  $l_t$  が原点を通るような  $t$  の値がただ1つに定まるための  $a, b$  の条件を求めよ。

(3)  $a, b$  が (2) の条件を満たすとき、点  $(a, b)$  が存在する領域を図示せよ。

〔富山大〕



9. 曲線  $C: y = |x^2 - 2x|$  と傾きが  $m$  の直線  $l: y = mx$  について、次の問いに答えよ。

- (1) 曲線  $y = -x^2 + 2x$  と  $l$  が接する  $m$  の値を求めよ。
- (2)  $C$  と  $l$  が原点以外の相異なる 2 点で交わるような  $m$  の範囲を求めよ。また、そのときの 2 つの交点の座標を  $m$  を用いて表せ。
- (3)  $m$  は (2) で求められた範囲にあるとする。  $x \geq 2, y \leq mx, y \geq |x^2 - 2x|$  で定まる部分の面積  $S$  を  $m$  を用いて表せ。

〔金沢大〕

10.  $xy$  平面において、点  $P(a, b)$  (ただし、 $a \geq 0$  とする) から曲線  $y = f(x) = x^3 - 3x$  にひける接線  
の数が 2 本以下とする。そのような点  $P$  のとりうる範囲を求め、図示せよ。〔福島県医大〕

11. 次の問いに答えよ。

(1) 曲線  $y = |x(x - 1)|$  の概形をえがけ。

(2)  $\int_0^3 |x(x - 1)| dx$  の値を求めよ。

(3) (1) の曲線と  $x$  軸とで囲まれる図形の面積を  $S_1$  とする。このとき、原点を通り、面積  $S_1$  を二等分する直線の方程式を求めよ。

(4) (1) の曲線 ( $x \geq 1$ )、 $x$  軸および直線  $x = 3$  の三つで囲まれる図形の面積を  $S_2$  とする。このとき、原点を通り、面積の和  $S_1 + S_2$  を二等分する、直線の方程式を求めよ。

〔久留米大〕

12. 方程式  $2x^3 - 3x^2 - 12x - a = 0$  が異なる 3 つの実数解  $\alpha, \beta, \gamma$  をもち、 $\alpha < \beta < \gamma$  であるとき

- (1) 実数  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (2)  $\alpha, \beta, \gamma$  は、それぞれどのような範囲にあるか。