beku15

$\overrightarrow{a}=(2,1)$, $\overrightarrow{b}=(3,4)$, $\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}$ (t は実数) とする。

(1) $|\overrightarrow{c}|=\sqrt{10}$ を満たす t の値を求めよ。

(2) $|\overrightarrow{c}|$ の最小値と，そのときの t の値を求めよ。

(1)

$\vec{c}=(2,1)+t(3,4)$

$=(2+3t,\ 1+4t)$

$(2+3t)^2+(1+4t)^2=10$

$4+12t+9t^2+1+8t+16t^2=10$

$25t^2+20t-5=0$

$5t^2+4t-1=0$

$\begin{matrix}5 & \times & -1 & \to -1\\ 1 & & 1 & \to 5\end{matrix}$

$(5t-1)(t+1)=0$

$t=\frac{1}{5},\ -1$ //

(2) (1)より

$|\vec{c}|^2=25t^2+20t+5=0$

$=25\left(t^2+\frac{4}{5}t\right)+5=0$

$=25\left(t+\frac{2}{5}\right)^2-4+5$

$=25\left(t+\frac{2}{5}\right)^2+1$

$|\vec{c}|^2$ は $t=-\frac{2}{5}$ のとき最小値 1 となる

$|\vec{c}|^2\geqq 0$ から $|\vec{c}|$ も最小値 1 となる

よって $t=-\frac{2}{5}$ のとき $|\vec{c}|$ の最小値は 1