ベクト

3 点 O(0, 0), A(4, 3), B(1, −3) とするとき, 次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を求めよ。

(2) $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|$ の値を求めよ。

(3) $\angle\mathrm{AOB} = \theta$ とするとき, $\cos\theta$ の値を求めよ。

(4) $\triangle\mathrm{OAB}$ の面積を求めよ。

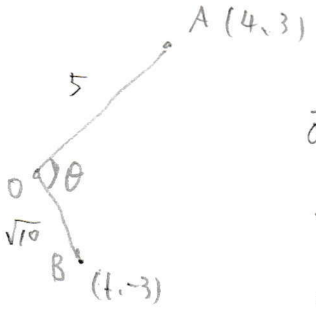
(1) $\overrightarrow{OA} = (4, 3)$ $\quad \overrightarrow{OB} = (1, -3)$

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 4 \cdot 1 + 3 \cdot (-3)$

$= 4 - 9 = -5$ $\qquad \underline{-5}$

(2) $|\overrightarrow{OA}| = \sqrt{16+9} = 5$ $\qquad |\overrightarrow{OA}| = 5$

(3)



$|\overrightarrow{OB}| = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$ より

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = |\overrightarrow{OA}| \cdot |\overrightarrow{OB}| \cos\theta$ であるから

$-5 = 5 \cdot \sqrt{10} \cdot \cos\theta$

$\cos\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{10}}$

(4) $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ より

$= 1 - \left(-\dfrac{1}{\sqrt{10}}\right)^2$

$= \dfrac{9}{10}$

$0° < \theta < 180°$ より $\sin\theta > 0$ であるから $\sin\theta = \dfrac{3}{\sqrt{10}}$

よって 求める面積は

$\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OB}|\sin\theta = \dfrac{1}{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{10} \cdot \dfrac{3}{\sqrt{10}} = \dfrac{15}{2}$ $\qquad \underline{\dfrac{15}{2}}$