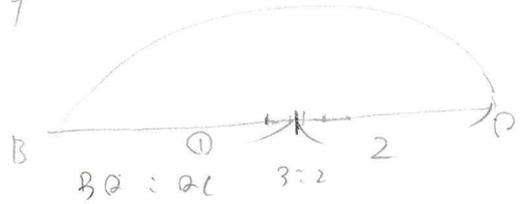
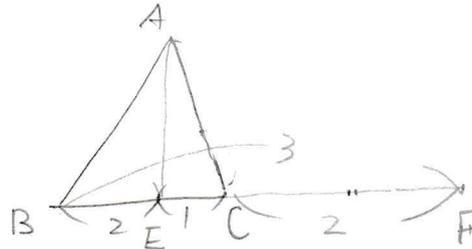


1199



$\triangle ABC$ において、辺BCを2:1に内分する点をE、辺BCを3:2に外分する点をFとする。このとき、次のベクトルを $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ。

- (1)  $\overrightarrow{AE}$
- (2)  $\overrightarrow{AF}$
- (3)  $\overrightarrow{EF}$



$$(1) \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AC}$$

$$(2) \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + 2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$$

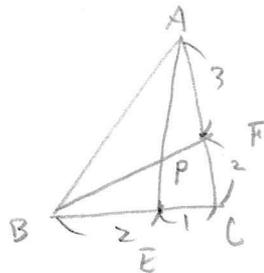
$$= -2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$$

$$(3) \overrightarrow{EF} = -\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$$

$$= -\frac{7}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{7}{3}\overrightarrow{AC}$$

$\triangle ABC$ において、辺BCを2:1に内分する点をE、辺ACを3:2に内分する点をFとする。また、線分AEと線分BFの交点をPとする。このとき、次のベクトルを $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ。

- (1)  $\overrightarrow{AE}$
- (2)  $\overrightarrow{AF}$
- (3)  $\overrightarrow{AP}$



$$(1) \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AC}$$

$$(2) \overrightarrow{AF} = \frac{3}{5} \overrightarrow{AC}$$

(3)  $BP = S (0 < S < 1)$   $PF = 1 - S$  とし

$$\overrightarrow{AP} = (1-S)\overrightarrow{AE} + S\overrightarrow{AF} = (1-S)\overrightarrow{AE} + \frac{3}{5}S\overrightarrow{AF} \dots \textcircled{1}$$

$$\text{また } \overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}k\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}k\overrightarrow{AC} \quad (\because k \text{ は } 0 \text{ と } 1 \text{ の間の数}) \dots \textcircled{2}$$

① ①, ②より

$$(1) 1-S = \frac{1}{3}k, (2) \frac{3}{5}S = \frac{2}{3}k$$

$$(1) \times 3 \Rightarrow 3-3S = k$$

$$(2) \times 5 \Rightarrow 3S = \frac{10}{3}k$$

$$\text{①} + \text{②} \Rightarrow 3 = \frac{10}{3}k$$

$$1 - \frac{10}{9}k = \frac{1}{3}k$$

$$9 - 10k = 3k$$

$$13k = 9 \quad k = \frac{9}{13}, S = \frac{10}{13}$$

$$\therefore \overrightarrow{AP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{13} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{13} \overrightarrow{AC}$$

$$= \frac{3}{13} \overrightarrow{AB} + \frac{6}{13} \overrightarrow{AC}$$