O を原点とする空間の 3 点 A(1, 1, 1), B(1, 2, 0), C(0, 0, 1) がある。
$\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \overrightarrow{\mathrm{OB}} - \left(\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}}{|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|^2} \right) \overrightarrow{\mathrm{OA}}$ を満たす点を D とする。ただし, $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ は $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の内積を表わす。

(1) 点 D の座標を求めよ。

(2) 2 つの実数 s と t に対して, $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を満たす点を P とする。t を固定して考えたとき, $|\overrightarrow{\mathrm{CP}}|^2$ を最小にする s を t を用いて表わせ。

(3) $|\overrightarrow{\mathrm{CP}}|$ を最小にする s と t の値を求めよ。

(4) (3) で求めた s と t の値をそれぞれ s_0 と t_0 とする。s_0 と t_0 に対し, P_0 を $\overrightarrow{\mathrm{OP}_0} = s_0\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t_0\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を満たす点とする。
$\overrightarrow{\mathrm{OP}_0} = \left(\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}}}{|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|^2} \right) \overrightarrow{\mathrm{OA}} + \left(\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OD}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}}}{|\overrightarrow{\mathrm{OD}}|^2} \right) \overrightarrow{\mathrm{OD}}$ となることを示せ。

〔神戸大〕