空間内に四面体 OABC があり

$$\mathrm{OA}=2,\ \mathrm{OB}=3,\ \mathrm{OC}=1,\ \overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=5,\ \angle\mathrm{AOC}=\angle\mathrm{BOC}$$

であるという。ただし, 記号・は内積を表す。
$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a},\ \overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b},\ \overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c},\ \cos\mathrm{AOC}=t$ とおく。

(1) 三角形 OAB の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}$ である。

(2) ベクトル $\vec{p}=x\vec{a}+y\vec{b}+\vec{c}$ が, $\vec{a},\ \vec{b}$ の両方に垂直であるような実数 x, y の値を t を用いて表すと

$$x=-\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}t,\ y=-\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}t$$

である。このとき

$$\vec{p}\cdot\vec{c}=-\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}t^2+\boxed{\text{ソ}}$$

となる。

(3) 四面体 OABC の体積 V を t を用いて表すと

$$V=\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}\sqrt{\boxed{\text{ツテ}}-\boxed{\text{トナ}}t^2}$$

となる。

〔東京理科大〕