

O を原点とする xyz 空間に, 4 点 O, A, B, C を頂点とする四面体がある。辺 AB の中点を D とし, 線分 CD を 1 : 2 に内分する点を E, 線分 OE の中点を F とする。また直線 AF と平面 OBC の交点を G とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とおくととき, 次の問いに答えよ。

(1) \vec{AF} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。

(2) \vec{OG} を \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。

(3) $\vec{a} = (4, 2, 3)$, $\vec{b} = (3, 1, -4)$, $\vec{c} = (2, -3, 1)$ のとき, 次の内積を求めよ。

(a) $\vec{GA} \cdot \vec{GO}$ (b) $\vec{GA} \cdot \vec{GB}$

(4) \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を (3) で与えたベクトルとする。このとき, 四面体 OABG の体積 V を求めよ。

[東京農工大]