3 点を A(4, −2, 6), B(6, −1, 7), C(5, 0, 5) とするとき, ベクトル $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ のなす角 θ は $\boxed{}$ であり, △ABC の面積は $\boxed{}$ である。ただし, $0° \leqq \theta \leqq 180°$ とする。

〔西日本工大〕

$\overrightarrow{AB}$

$(6-4,\ -1-(-2),\ 7-6) = (2, 1, 1)$

$\overrightarrow{AC}$

$(5-4,\ 0-(-2),\ 5-6) = (1, 2, -1)$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2+1^2+1^2} = \sqrt{6}$

$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{1^2+2^2+(-1)^2} = \sqrt{6}$

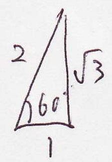
$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 2\cdot1 + 1\cdot2 + 1\cdot(-1) = 2+2-1 = 3$

よって

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos\theta$ より

$3 = \sqrt{6}\cdot\sqrt{6}\cdot\cos\theta$

$\cos\theta = \frac{1}{2}$　　$0° \leqq \theta \leqq 180°$ より　　$\theta = 60°$



$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ より　$\sin\theta = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$　$\sin\theta > 0$ より　$\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

上の三角形から求めてもよい

よって

△ABC の面積 S は

$S = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\sin\theta$

$= \frac{1}{2}\cdot\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{3\sqrt{2}}{2}$

答 $\begin{cases} \theta = 60° \\ \text{面積}\ \frac{3\sqrt{2}}{2} \end{cases}$