ベクトル 26

$\vec{a}=(1,-1,2)$, $\vec{b}=(2,1,1)$, $\vec{c}=\vec{a}-t\vec{b}$ とおくとき, $|\vec{c}|$ を最小にする実数 t の値は $t=\boxed{}$ である。このときのベクトル $\vec{c}$ を $\vec{c_1}$ とする。$\vec{a}$ と $\vec{b}$ に直交するベクトルで, x 成分が -1 のものを $\vec{d}$ とすると $\vec{d}=(-1,\boxed{},\boxed{})$ で, $\vec{d}-\vec{a}$ と $\vec{c_1}$ のなす角は $\boxed{}$ 度である。　〔北里大〕

$\vec{c}=(1-2t,\ -1-t,\ 2-t)$ …①

$$
\begin{aligned}
|\vec{c}|^2 &= (1-2t)^2+(-1-t)^2+(2-t)^2 \\
&= 4t^2-4t+1+t^2+2t+1+t^2-4t+4 \\
&= 6t^2-6t+6 \\
&= 6\left(t-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{2}+6 \\
&= 6\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{2}
\end{aligned}
$$

$\therefore t=\frac{1}{2}$ //

これと①より $\vec{c_1}=\left(0,-\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$ …②

$\vec{d}=(-1,\alpha,\beta)$

$\vec{a}\cdot\vec{d}=0$ より $-1-\alpha+2\beta=0$

$\vec{b}\cdot\vec{d}=0$ より $-2+\alpha+\beta=0$

$\begin{cases}-\alpha+2\beta=1\\ \alpha+\beta=2\end{cases} \to \alpha=1,\ \beta=1$

$\vec{d}=(-1,1,1)$ //

$$
\begin{aligned}
\vec{d}-\vec{a} &= (-1,1,1)-(1,-1,2) \\
&= (-2,2,-1)
\end{aligned}
$$

$|\vec{c_1}|=\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}\sqrt{2}$

$|\vec{d}-\vec{a}|=\sqrt{4+4+1}=3$

なす角をθとすると

$\therefore \cos\theta=\dfrac{0-3-\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}\sqrt{2}\cdot 3}=\dfrac{-9}{9\sqrt{2}}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\theta=135^\circ$ //