



2014.11.19

4点  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(3, -2, 4)$ ,  $B(-5, 3, -4)$ ,  $C(4, 1, 3)$  に対し,  $\vec{a} = \vec{OA}$ ,  $\vec{b} = \vec{OB}$ ,  $\vec{c} = \vec{OC}$  とし,  $\vec{d} = (s, t, 1)$  は  $\vec{a}, \vec{b}$  に垂直とする。

- (1)  $s, t$  の値を求めよ。
- (2)  $\vec{c}$  と  $\vec{d}$  のなす角を  $\theta$  とするとき,  $\cos \theta$  の値を求めよ。
- (3) 点  $C$  から 3 点  $O, A, B$  を通る平面に下ろした垂線を  $CH$  とするとき,  $\vec{CH}$  を求めよ。

d)  $\vec{OA} = (3, -2, 4)$        $\vec{OA} \perp \vec{d}$  より (大同工業大)

$\vec{OB} = (-5, 3, -4)$        $\vec{OB} \perp \vec{d}$  より

$$3s - 2t + 4 = 0 \dots \textcircled{1}$$

$$-5s + 3t - 4 = 0 \dots \textcircled{2}$$

$$15s - 10t = -20$$

$$+ \quad -15s + 9t = 12$$

$$\hline -t = -8 \quad t = 8 \quad s = 4$$

$$3s - 10t + 4 = 3 \cdot 4 - 10 \cdot 8 + 4 = -76 \neq 0$$

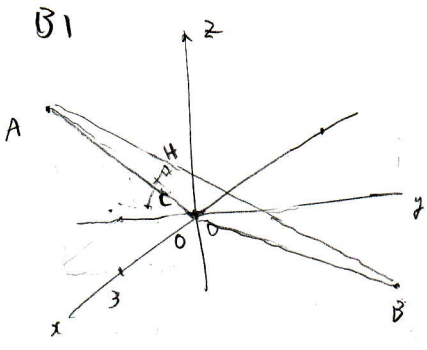
$$s = 4, t = 8$$

(2)  $\vec{OC} = (4, 1, 3)$  より  $|\vec{OC}| = \sqrt{16+1+9} = \sqrt{26}$

$\vec{d} = (4, 8, 1)$  より  $|\vec{d}| = \sqrt{16+64+1} = 9$

$$\cos \theta = \frac{16 + 8 + 3}{\sqrt{26} \cdot 9} = \frac{3}{\sqrt{26}}$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{3\sqrt{26}}{26}$$



$$\vec{CH} = k\vec{d} = \vec{OH} - \vec{OC} \quad \text{つまり } (k \neq 0)$$

$$\vec{OH} - \vec{OC} = k\vec{d} \quad \text{つまり } \vec{OH} = \vec{OC} + k\vec{d}$$

$$\vec{OH} \perp \vec{CH} \quad \text{つまり } (\vec{OC} + k\vec{d}) \cdot k\vec{d} = k\vec{OC} \cdot \vec{d} + k^2|\vec{d}|^2 = 0$$

つまり

$$k(16 + 8 + 3) + k^2 \cdot 9^2 = 0$$

$$81k^2 + 27k = 0 \quad 27k(3k + 1) = 0 \quad k \neq 0 \text{ より}$$

$$k = -\frac{1}{3}$$

よって

$$\vec{CH} = -\frac{1}{3}(4, 8, 1) = \left(-\frac{4}{3}, -\frac{8}{3}, -\frac{1}{3}\right)$$

