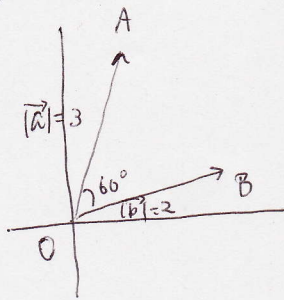




Oを始点とする2つのベクトルを $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}$ とする。 \vec{OA} と \vec{OB} のなす角が 60° で $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2$ とする。

- (1) \vec{a} と \vec{b} の内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。
- (2) \vec{AB} の大きさを求めよ。
- (3) \vec{AB} の中点をMとするととき、 \vec{OM} の大きさを求めよ。
- (4) Oから直線ABにおりした垂線の足をHとするとときAH:HBを求めよ。

(1)



$$\begin{aligned}\vec{a} \cdot \vec{b} &= |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \\ &= 3 \cdot 2 \cos 60^\circ \\ &= 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 3\end{aligned}$$

$$\underline{\vec{a} \cdot \vec{b} = 3}$$

[北海道工大]

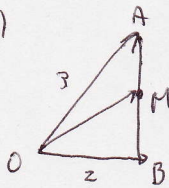
(2) 余弦定理より $AB = x$ とおくと

$$\begin{aligned}x^2 &= 9 + 4 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \\ &= 13 - 6 \\ &= 7\end{aligned}$$

$$x > 0 \text{ より } x = \sqrt{7}$$

$$\underline{\frac{\sqrt{7}}{4}}$$

(3)



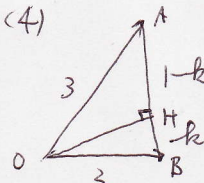
$$\begin{aligned}\vec{OM} &= \vec{OA} + \vec{AM} \\ &= \vec{OA} + \frac{1}{2} \vec{AB} \\ &= \vec{a} + \frac{1}{2} (\vec{b} - \vec{a}) \\ &= \frac{1}{2} \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} \text{ より}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(|\vec{OM}|)^2 &= \frac{1}{4} (|\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2) \\ &= \frac{1}{4} (9 + 6 + 4) \\ &= \frac{19}{4}\end{aligned}$$

よって

$$\underline{\frac{\sqrt{19}}{2}}$$

(4)



$$\begin{aligned}\vec{OH} &= k\vec{a} + (1-k)\vec{b} \\ \vec{AB} &= \vec{b} - \vec{a}\end{aligned}$$

$$\vec{OH} \perp \vec{AB} \text{ より } \vec{OH} \cdot \vec{AB} = 0$$

$$\begin{aligned}\{k\vec{a} + (1-k)\vec{b}\} \cdot (\vec{b} - \vec{a}) \\ &= k\vec{a} \cdot \vec{b} - k|\vec{a}|^2 + (1-k)|\vec{b}|^2 - (1-k)\vec{a} \cdot \vec{b} \\ &= 3k - 9k + 4(1-k) - 3(1-k) \\ &= -7k + 1 \\ -7k + 1 &= 0 \text{ より } k = \frac{1}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}AH &= \frac{6}{7} \\ HB &= \frac{1}{7}\end{aligned}$$

よって

$$\underline{AH:HB = 6:1}$$

