

3次関数 $f(x)$ および 2次関数 $g(x)$ を $f(x) = x^3$, $g(x) = ax^2 + bx + c$ とし, $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフが点 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{8})$ で共通の接線をもつとする。このとき以下の問いに答えよ。

(1) b, c を a を用いて表せ。

(2) $f(x) - g(x)$ の $0 \leq x \leq 1$ における最小値を a を用いて表せ。

〔千葉大〕