



$y = f(x)$ は4次関数で x^4 の係数が1である。また、 $y = f(x)$ は $x = 1$ および $x = 2$ で極大か極小となり、その極値はともに0である。 $f(x)$ を求めよ。また、 $y = f(x)$ の極大値、極小値をすべて求めよ。 [立教大]

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d \quad \text{と仮定}$$

$$f(1) = f(2) = 0 \quad \text{で仮定}$$

$$1 + a + b + c + d = 0 \quad \dots ①$$

$$16 + 8a + 4b + 2c + d = 0 \quad \dots ②$$

$$f'(1) = f'(2) = 0 \quad \text{で仮定}$$

$$f'(x) = 4x^3 + 3ax^2 + 2bx + c \quad \text{より}$$

$$4 + 3a + 2b + c = 0 \quad \dots ③$$

$$32 + 12a + 4b + c = 0 \quad \dots ④$$

①と②より

$$-7a - 3b - c = 15 \quad \dots ⑤$$

⑤と③より

$$-4a - b = 11 \quad \dots ⑥$$

⑤と④より

$$5a + b = -17 \quad \dots ⑦$$

⑥と⑦より

$$a = -6, b = 13$$

これを

$$\text{③に代入して } c = -12$$

$$a = -6, b = 13, c = -12 \text{ を } \text{①に代入して}$$

$$d = 4$$

$$\therefore f(x) = x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 12x + 4$$

$$f'(x) = 4x^3 - 18x^2 + 26x - 12$$

$$= 2(x-1)(x-2)(2x-3)$$

増減表は

x	...	1	...	$\frac{3}{2}$...	2	...
$f(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	\searrow	0	\nearrow	$\frac{1}{16}$	\searrow	0	\nearrow

と判る

より

$$x = 1, 2 \text{ であり極小値 } 0$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ であり極大値 } \frac{1}{16}$$

と判る

