



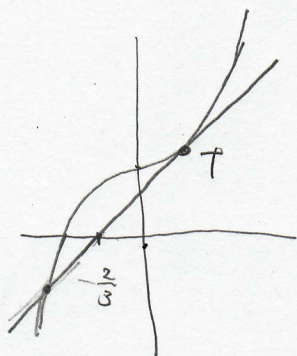
例題 237



x についての方程式 $x^3 - 3ax - 2a + 4 = 0$ が異なる 3 つの実数解をもつような a の範囲を求めよ。

$$x^3 + 4 = 3ax + 2a$$

$$x^3 + 4 = a(3x + 2)$$



$$y = x^3 + 4 \text{ と } y = a(3x + 2)$$

と考える。

$$y = a(3x + 2) \text{ は定数 } (-\frac{2}{3}, 0) \text{ を}$$

通る。このグラフが $y = x^3 + 4$ と

接することを考える。

$$y = x^3 + 4 \text{ 上の接点と } T(x, x^3 + 4)$$

とすると $y' = 3x^2$ より接線の式は $y = 3x^2(x - t) + t^3 + 4$

これを整理すると $y = 3x^3 - 2x^2 + 4$ となりこれを $(-\frac{2}{3}, 0)$ を

通る点とから $0 = -2t^3 - 2t + 4$

$$t^3 + t - 2 = 0 \rightarrow (t - 1)(t^2 + 2t + 2) = 0$$

よって $t = 1$ のとき接する

これを代入すると $3a = 3$ となり $a = 1$ である

従って $a > 3$ のとき異なる 3 つの実数解をもつ

