



$f(x) = 2x^3 + x^2 - 3$ とおく。

- (1) 関数 $f(x)$ の増減表をつくり, $y = f(x)$ のグラフの概形を描け。
- (2) 直線 $y = mx$ が曲線 $y = f(x)$ と相異なる3点で交わるような実数 m の範囲を求めよ。

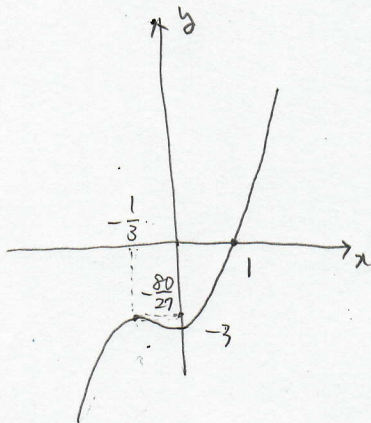
$f'(x) = 6x^2 + 2x$
 $= 2x(3x + 1)$

増減表

[大阪大]

x	...	$-\frac{1}{3}$...	0	...
$f(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	$-\frac{80}{27}$	↘	-3	↗

グラフの概形は



$f'(1) = 8$
 $\therefore f(1) = 0$
 $-\frac{80}{27} \quad \frac{1}{27}$
 $\frac{1}{81} \quad 81$

(2) $f(x)$ のグラフ上の点 $T(x, 2x^3 + x^2 - 3)$ における接線の原点を通ることを考える

$f'(x) = 6x^2 + 2x$ より点 T における接線は
 $y = (6x^2 + 2x)(x - t) + 2t^3 + t^2 - 3$
 $= (6t^2 + 2t)x - 4t^3 - t^2 - 3$ ①

①が原点を通るから

$4t^3 + t^2 + 3 = 0 \rightarrow (t+1)(4t^2 - 3t + 3) = 0$

すなわち $t = -1$ のとき接線は、このとき $m = 6 - 2 = 4$

$\therefore m > 4$ のとき相異なる3点で交わる

