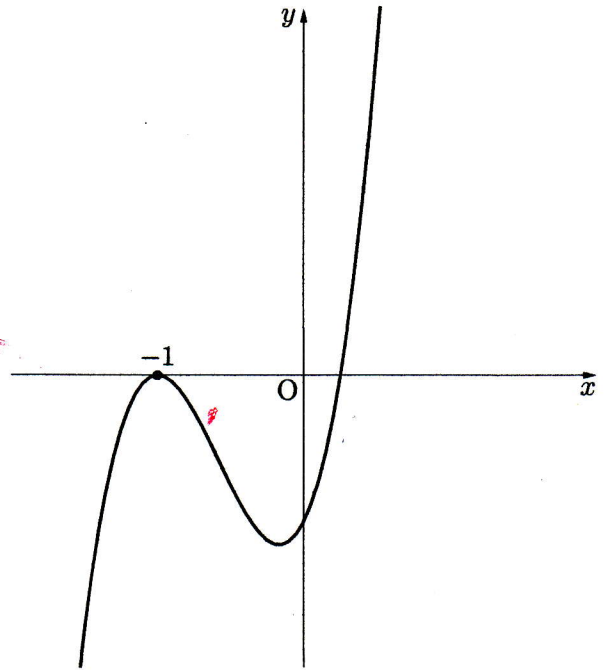


右の図は3次関数 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ のグラフである。以下の問いに対して答えを示し、その根拠を述べなさい。



- (1) a の正負の判定をしなさい。
- (2) d の正負の判定をしなさい。
- (3) c の正負の判定をしなさい。
- (4) c を a, b を用いて表しなさい。
- (5) b の正負を判定しなさい。
- (6) d を a, b を用いて表しなさい。
- (7) $0, a, b, c, d$ を小さい順に並べなさい。

訂正

(1) $x \rightarrow \infty$ で増加していき $a > 0$

(2) $x = 0$ のとき負なので $d < 0$

[日本大]

(3) $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ $x=0$ は1つだけ極値の値は正なので
 $f'(0) > 0$ より $c > 0$

(4) $f(-1)$ で極大値をとる、又その値は0であるから $f(-1) = 0$
 より $3a - 2b + c = 0$ となり $c = -3a + 2b$

(5) (4)より $2b = 3a + c$ $b = \frac{3}{2}a + \frac{c}{2}$ $a > 0$ $c > 0$ より $b > 0$

(6) 極大値は $f(-1) = 0$ より
 $-a + b - c + d = 0$ $d = a - b + c$ となり (5)より $c = 2b - 3a$ であるから
 $d = a - b + 2b - 3a = -2a + b$

(7) $b = \frac{3}{2}a + \frac{c}{2}$ $a > 0, c > 0$ より $b > a$ 数楽 <http://www.mathtext.info/>
 $\therefore c > a - c = a - (-3a + 2b) = 4a - 2b = 2(2a - b) = -2d$ $d < 0$ より $2d > 0$
 より $a > c$ $d, 0, c, a, b$