ビブンキソ8

$x \geqq 0$ のとき, 次の不等式が成り立つことを証明せよ。

$x^3 + 3x^2 + 5 \geqq 9x$

$x^3+3x^2-9x+5 \geqq 0$ を示せばよい　$\because x \geqq 0$

$f(x)=x^3+3x^2-9x+5$ とおくと

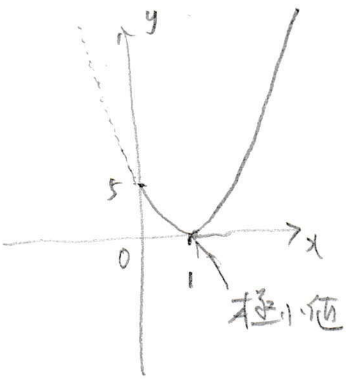
$f'(x)=3x^2+6x-9$

$=3(x^2+2x-3)$

$=3(x+3)(x-1)$　　　$1+3-9+5$

増減表をかくと

x	…	-3	…	0	…	1	…
$f'(x)$	$+$	0	$-$	-9	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	32	↘	5	↘	0	↗



グラフは $x \geqq 0$ において

$x=1$ のとき極小値 0 をとり

その後単調増加となるため常に正となる

$\therefore f(x)$ は $x \geqq 0$ の範囲で

$f(x) \geqq 0$ となる

したがって題意の不等式も成り立つ