

calculi-1



次の問いに答えよ。

(1) 加法定理を用いて, $\sin 75^\circ$ の値を求めよ。

(2) 半角の公式を用いて, $\cos \frac{\pi}{8}$ の値を求めよ。

$$(1) \sin 75^\circ = \sin (30^\circ + 45^\circ)$$

$$= \sin 30^\circ \cos 45^\circ + \sin 45^\circ \cos 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

$$(2) \cos \frac{\pi}{8} = \cos \frac{\frac{\pi}{4}}{2}$$

$$= \sqrt{\frac{\cos \frac{\pi}{4} + 1}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{\frac{1}{\sqrt{2}} + 1}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{1 + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sqrt{2} + 2}{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{\sqrt{2} + 2}}{2}$$

半角の公式

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2\cos^2 \theta - 1$$

$$= 2\cos^2 \theta - 1$$

$$2\cos^2 \theta = \cos 2\theta + 1$$

$$\cos^2 \theta = \frac{\cos 2\theta + 1}{2}$$

$$\cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{\cos \theta + 1}{2}$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{\cos \theta + 1}{2}}$$