



0072202



関数 $f(\theta) = \cos^3 \theta + \sqrt{3} \sin \theta \cos \theta - 1$ ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$) の最小値は である。
〔東北学院大〕

$\cos^2 \theta$ を考えよう

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \quad (*)$$

$$= 2\cos^2 \theta - 1$$

$$\cos 2\theta = \frac{\cos 2\theta + 1}{2} \quad \text{また} \quad \sin \theta \cos \theta = \frac{\sin 2\theta}{2} \quad \text{**}$$

$$\therefore f(\theta) = \frac{\cos 2\theta + 1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2\theta - 1$$

整理して

$$f(\theta) = \frac{1}{2} \cos 2\theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2\theta - \frac{1}{2}$$

$$= \sin \left(2\theta + \frac{\pi}{6} \right) - \frac{1}{2} \quad \because \frac{\pi}{6} = 30^\circ$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \quad \frac{\pi}{6} \leq 2\theta + \frac{\pi}{6} \leq \frac{7}{6}\pi \quad \text{**}$$

$$-\frac{1}{2} \leq \sin \left(2\theta + \frac{\pi}{6} \right) \leq 1$$

よって 最小値は $\theta = 90^\circ \left(\frac{\pi}{2} \right)$ のとき -1

