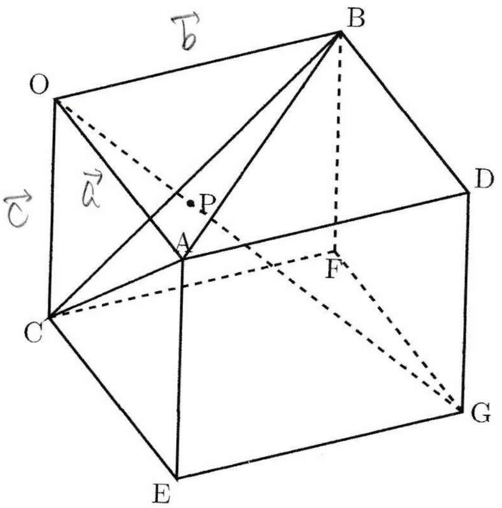
4

右図のような直方体において，対角線 OG と平面 ABC の交点を P とする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とするとき，$\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。



$\overrightarrow{OG}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ より

$\overrightarrow{OP}=k\overrightarrow{OG}$

$=k\vec{a}+k\vec{b}+k\vec{c}$

点Pは△ABC上の点なので

$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ の係数の和は1になる。

よって

$k+k+k=1$

$3k=1$

$k=\frac{1}{3}$　　ゆえに $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}$

(別)　$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CP}$

$=\vec{c}+l(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB})$

$=\vec{c}+l(\vec{a}-\vec{c}+\vec{b}-\vec{c})$

$=l\vec{a}+l\vec{b}+(1-2l)\vec{c}$

これと $\overrightarrow{OP}=k\vec{a}+k\vec{b}+k\vec{c}$ の係数比較を行うと

$\begin{cases} l=k \\ 1-2l=k \end{cases}$ より　$l=k=\frac{1}{3}$

よって

$\overrightarrow{OP}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}$