

整式2

整式 $P(x)$ は $(x+1)^2$ で割ると余りが $5x+2$, $x-2$ で割ると余りが 3 となる。このとき、次の問 (1)~(3) に答えよ。

- (1) $P(x)$ を $(x+1)(x-2)$ で割った余りを求めよ。
- (2) $P(x)$ を $(x+1)^2(x-2)$ で割った余りを求めよ。
- (3) $P(x)$ が 5 次式で、 $P(0) = -1, P(1) = -5, P(-2) = 11$ を満たすものとする。このとき、 $P(x)$ を求めよ。

(1) $P(x) = Q_1(x)(x+1)^2 + 5x+2 \dots \textcircled{1} \quad \because (Q_1(x), Q_2(x) \text{ は商})$ [立教大]
 $P(x) = Q_2(x)(x-2) + 3 \dots \textcircled{2} \quad \text{とあり}$

$P(x) = (x+1)(x-2)Q_3(x) + ax+b$ とあり c $(\because Q_3(x) \text{ は商 } ax+b \text{ は余り})$

$P(2) = 2a+b=3 \quad P(-1) = -a+b=3$ $\begin{cases} 2a+b=3 \\ -a+b=3 \end{cases} \Rightarrow a=2 \quad b=-1$

(2) $P(x) = (x+1)^2(x-2)Q_4(x) + b(x+1)^2 + cx+d \dots \textcircled{3}$ とあり $\because Q_4(x) \text{ は商}$
 $b(x+1)^2 + cx+d$ は余り

11 のとき $P(-1) = -3$ 11 のとき $P(2) = 3$

また $P(-1) = -c+d$ $P(2) = 9b+2c+d = 9b+12 = 3$ $9b = -9 \quad b = -1$
 \hookrightarrow 11 のとき $-c+d = -3$ $c=5, d=2, a=6$

よって余りは $-(x+1)^2 + 5x+2 = -x^2 + 3x+1$

(3) $P(x) = (x+1)^2(x-2)(ax^2+bx+c) - x^2 + 3x + 1$ とあり c

$P(0) = -2c+1 = -1$

$P(1) = -4(a+b+c)+3 = -5$

$P(-2) = -4(4a-2b+c)-9 = 11$

$\begin{cases} c=1 \\ a+b=1 \\ 2a-b=-3 \end{cases}$

よって解いて $a = -\frac{2}{3} \quad b = \frac{5}{3}$

$P(x) = (x+1)^2(x-2)\left(-\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}x + 1\right) - x^2 + 3x + 1$

$P(x) = -\frac{2}{3}x^5 + \frac{5}{3}x^4 + 3x^3 - \frac{14}{3}x^2 - \frac{10}{3}x - 1$