



t に関する2つの方程式 $t^2 + xt + y = 0$, $t^2 + yt + x = 0$ がともに虚数解をもつような点 (x, y) の範囲を図示し、その面積を求めよ。 [学習院大]

$t^2 + xt + y = 0$ が虚数解をもつためには

$$x^2 - 4y < 0$$

$$y > \frac{1}{4}x^2$$

$t^2 + yt + x = 0$ が虚数解をもつためには

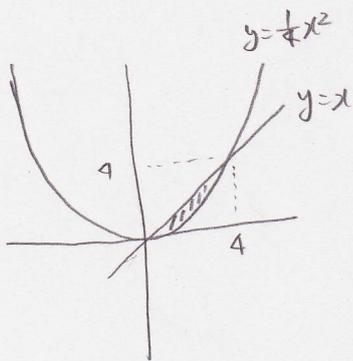
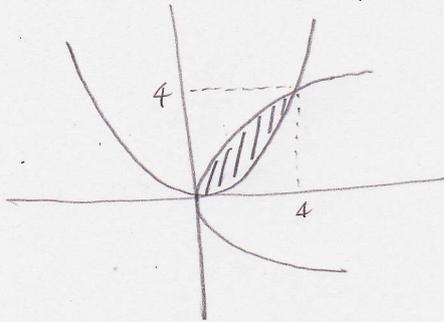
$$y^2 - 4x < 0$$

$$y^2 < 4x$$

$$\frac{1}{16}x^4 = 4x$$

$$\frac{1}{16}x(x^3 - 64)$$

$$= \frac{1}{16}x(x-4)(x^2+4x+16)$$



求める面積は左図の面積の2倍

$$2 \int_0^4 \left[x - \frac{1}{4}x^2 \right] dx$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} (4-0)^3$$

$$= \frac{16}{3}$$

