suur14

次の条件に定められた数列の一般項 $\{a_n\}$ を求めなさい。

(1) $a_1=3,\ a_{n+1}=a_n+2$

(2) $a_1=5,\ a_{n+1}=-3a_n$

(3) $a_1=2,\ a_{n+1}=a_n+4n+3$

(4) $a_1=4,\ a_{n+1}=3a_n-2$

(1) $a_{n+1}-a_n=2$ 初項3, 公差2の等差数列

$3+2(n-1)$ より $\underline{a_n=2n+1}$

(2) 初項 5, 公比 -3 の等比数列

$\underline{a_n=5\cdot(-3)^{n-1}}$

(3) $a_n=2+\sum_{k=1}^{n-1}(4k+3)=2+4\cdot\frac{1}{2}(n-1)n+3(n-1)$

$=2+2n^2-2n+3n-3$

$\underline{a_n=2n^2+n-1}$ $n=1$のときも成り立つ

(4) $a_{n+1}+\alpha=3(a_n-\alpha)$ とおくと $2\alpha=-2$ より $\alpha=-1$

$a_{n+1}-1=3(a_n-1)$ となり $b_n=a_n-1$ とおくと

$b_{n+1}=3b_n$ となり b_n は初項 $b_1=a_1-1=4-1=3$

公比3の等比数列 $a_n-1=3\cdot3^{n-1}$ より

$\underline{a_n=3^n+1}$