Suur 15

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が, $S_n = 2a_n - n$ で表されるとき, 次の問いに答えなさい。

(1) a_{n+1} を a_n を用いて表せ。

(2) 数列 a_n を求めよ。

(1)

$a_n = S_n - S_{n-1}$ より

$$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$$

$$= 2a_{n+1} - (n+1) - (2a_n - n)$$

$$= 2a_{n+1} - 2a_n - 1$$

$$-a_{n+1} = -2a_n - 1$$

$$\underline{a_{n+1} = 2a_n + 1}\ /\!/$$

ちなみに $S_1 = 2a_1 - 1 = a_1$ より $a_1 = 1$ である.

(2)

$a_{n+1} + \alpha = 2(a_n + \alpha)$ とおくと $\alpha = 1$ となり

$a_{n+1} + 1 = 2(a_n + 1)$ なる

$b_n = a_n + 1$ とすると b_n は初項 2, 公比 2 の等比数列

$$b_n = 2 \cdot 2^{n-1} = 2^n$$

$a_n + 1 = 2^n$ より

$$\underline{a_n = 2^n - 1}\ /\!/$$