

数学的帰納法を用いて、次の等式を証明せよ。

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n+1)$$

(i)  $n=1$  のとき

左辺 1 右辺  $\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1$  で成り立つ

(ii)  $n=k$  のとき

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}k(k+1) \text{ が成り立つとすると}$$

$n=k+1$  のとき

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + \dots + n + n + 1 &= \frac{1}{2}k(k+1) + (k+1) \\ &= \frac{1}{2}(k+1)(k+2) \end{aligned}$$

よって

よって  $n=k+1$  のときも 成り立つ

(iii) より すべての自然数  $n$  について 題意の等式は成り立つ