



等比数列 $1, 4, 16, 64, \dots$ において少なくとも第何項までの和をとると、10 億より大きくなるか。ただし、 $\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$ とする。 [青山学院大]

等比数列の一般項 a_n は次のように与えらる

$$a_n = 1 \cdot 4^{n-1}$$

また 10 億は 10^9 であるから

$$\sum_{k=1}^n 4^{k-1} > 10^9$$

$$\frac{1 \cdot (4^n - 1)}{4 - 1} > 10^9$$

$$4^n - 1 > 3 \cdot 10^9$$

$$2^{2n} > 3 \cdot 10^9 \quad \text{と } \log \text{ を用いて変換する}$$

$$\log 2^{2n} > \log 3 \cdot 10^9$$

$$2n \log 2 > \log 3 + 9$$

$$0.602n > 9.4771$$

$$n > 15.744 \dots$$

$$\therefore n = 16$$

16 項までの和

18 億

