



$a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n + 1 (n = 1, 2, 3, \dots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ の第 n 項が 100 以上となる最小の n の値はいくつか求めなさい。 [千葉工大]

特性方程式

$$\lambda = 2\lambda + 1$$

$$\lambda = -1 \text{ あり}$$

$$a_{n+1} + 1 = 2(a_n + 1)$$

$$b_n = a_n + 1 \text{ とおくと}$$

$$b_1 = a_1 + 1 = 3 + 1 = 4$$

b_n は初項 4, 公比 2 の等比数列

$$a_n + 1 = 4 \cdot 2^{n-1}$$

$$a_n = 4 \cdot 2^{n-1} - 1$$

$$100 > 4 \cdot 2^{n-1} - 1$$

$$100 > 2^{n+1} - 1$$

$$101 > 2^{n+1}$$

$$2^6 < 101 < 2^7$$

$$\text{よって } \underline{\underline{n=6}}$$

