

数列45

数列  $\{a_n\}$  の一般項が  $a_n = \log_{10} \frac{n}{n+1}$  で与えられるとき、 $\sum_{k=1}^{999} a_k = \square$  である。

[東京薬科大改]

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=1}^{999} a_k &= \log_{10} \frac{1}{2} + \log_{10} \frac{2}{3} + \log_{10} \frac{3}{4} + \dots + \log_{10} \frac{n-1}{n} + \log_{10} \frac{n}{n+1} \\
 &= \log_{10} \left( \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \cdot \dots \cdot \frac{\cancel{998}}{\cancel{999}} \cdot \frac{\cancel{999}}{1000} \right) \\
 &= \log_{10} \frac{1}{1000} \\
 &= \log_{10} 10^{-3} \\
 &= \underline{\underline{-3}}
 \end{aligned}$$