

数列  $\{a_n\}$  において, 初項  $a_1 = 1$  から第  $n$  項  $a_n$  までの和を  $S_n$  とする。

$$a_{n+1} = 9a_n - 4S_n$$

が成り立つとき, 次の問いに答えよ。

- (1)  $a_{n+2} - 6a_{n+1} + 9a_n = 0$  を示せ。
- (2)  $b_n = \frac{a_n}{3^n}$  とするとき, 数列  $\{b_n\}$  の一般項を求めよ。
- (3) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。
- (4)  $S_n$  を  $n$  を用いて表わせ。

〔宇都宮大〕