

正の数  $a$  を初項とする公差 3 の等差数列を  $a_1, a_2, a_3, \dots$  とし,  $S_n = \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n}$  とする。

(1) 一般項  $a_n$  を求めよ。

(2)  $n \geq 2$  のとき,  $S_n$  を  $a$  と  $n$  を用いて表せ。

(3) 100 以上のすべての  $n$  に対して  $S_n \geq \frac{1}{3a+1}$  が成立する  $a$  の最大値を求めよ。

〔千葉大〕