$\log_a(x+1)+\log_{\sqrt{a}}(1-x)=1$ は $a=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ のときに, ただ一つの実数解 $x=\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ をもつ。

〔城西大〕

$\log_{\sqrt{a}}(1-x)=\dfrac{\log(1-x)}{\log a^{\frac{1}{2}}}=\dfrac{\log(1-x)}{\frac{1}{2}\log a}=2\log_a(1-x)$ より

与式は

$\log_a(x+1)+2\log_a(1-x)=1$

$\log_a(x+1)+\log_a(1-x)^2=1$

$\log_a(x+1)(1-x)^2=\log_a a$

$(x+1)(1-x)^2=a$

$\because\ x+1>0$ より $x>-1$

$1-x>0$ より $x<1$

これより

$-1<x<1$

$f(x)=(x+1)(1-x)^2$, $g(x)=a$ として

$f'(x)$ を求めると

$f'(x)=(1-x)^2-2(x+1)(1-x)$

$=1-2x+x^2-2+2x^2$

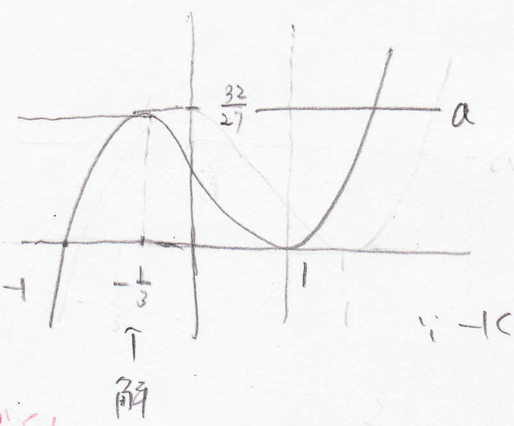
$=3x^2-2x-1$

$=(x-1)(3x+1)$

x	$\cdots$	$-\frac{1}{3}$	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$\frac{32}{27}$	$\searrow$	0	$\nearrow$

左図より $a=\dfrac{32}{27}$ のとき

ただ1つの実数解 $-\dfrac{1}{3}$ をもつ



$\because\ -1<x<1$