

ten4

(1) 直線 $x + y + 1 = 0$ に関して, 点 $A(3, 2)$ と対称な点 B の座標を求めよ。

(2) 直線 $y = 2x + 1$ に関して, 点 $A(3, 1)$ と対称な点 B の座標を求めよ。

1) B の座標を (p, q) とすると AB の中点 C は

$C\left(\frac{p+3}{2}, \frac{q+2}{2}\right)$ となる。よって直線 $x + y + 1 = 0$ 上にあるので

$$\frac{p+3}{2} + \frac{q+2}{2} + 1 = 0 \rightarrow p + q = -7 \dots \textcircled{1}$$

AB の傾きは 1 であるから

$$\frac{2-q}{3-p} = 1 \rightarrow 2-q = 3-p \rightarrow p - q = 1 \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より

$$2p = -6, p = -3 \quad q = -4$$

$$\therefore B(-3, -4)$$

(1), (2) の
解き方は
どっちでもよい。

(2) 傾きは $-\frac{1}{2}$ で点 $(3, 1)$ を通る式は

$$y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 3) \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

これと $y = 2x + 1$ の交点は

$$2x + 1 = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$4x + 2 = -x + 5$$

$$5x = 3 \quad x = \frac{3}{5} \quad y = \frac{11}{5} \quad \left(\frac{3}{5}, \frac{11}{5}\right)$$

求める座標を $B(p, q)$ とすると

AB の中点 $\left(\frac{3+p}{2}, \frac{1+q}{2}\right)$ が $\left(\frac{3}{5}, \frac{11}{5}\right)$ となるので

$$\frac{3+p}{2} = \frac{3}{5}, \quad \frac{1+q}{2} = \frac{11}{5} \quad \text{と17}$$

$$15 + 5p = 6$$

$$5p = -9 \quad p = -\frac{9}{5}$$

$$\begin{aligned} 5 + 5q &= 22 \\ 5q &= 17 \quad q = \frac{17}{5} \end{aligned}$$

$$B\left(-\frac{9}{5}, \frac{17}{5}\right)$$