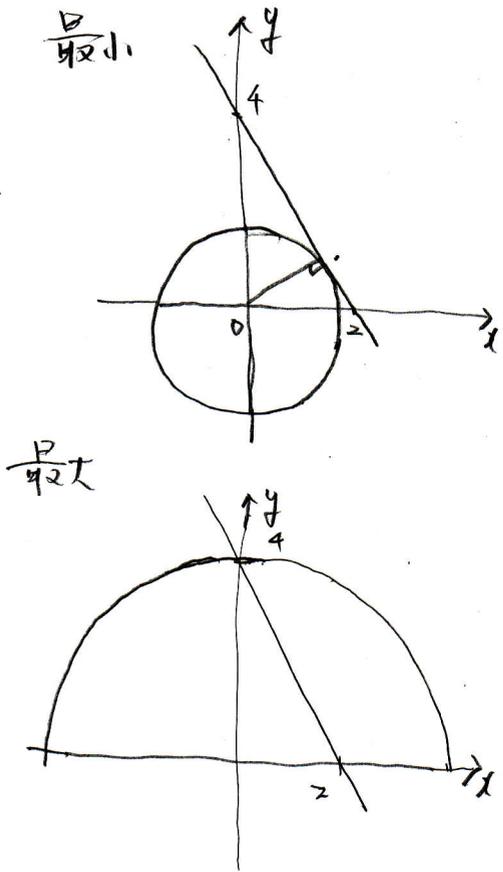


2B 問と式 13

2つの変数  $x, y$  があって、 $2x + y = 4, x \geq 0, y \geq 0$  を満たしている。このとき  $x^2 + y^2 \neq 0$  の値は  $x = \square, y = \square$  で最大となり、最大値は  $\square$  である。また、 $x = \square, y = \square$  で最小となり、最小値は  $\square$  である。 [東京薬科大]



$x^2 + y^2 = k$  とおくと、この式は  
中心が原点で半径  $\sqrt{k}$  の円の式である

最小に相当するときは円の直線  $2x + y - 4 = 0$  に  
接するときにその半径は

$$\frac{|-4|}{\sqrt{4+1}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \quad \therefore x^2 + y^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{16}{5}$$

このときの  $(x, y)$  は  $y = -2x + 4$  と  $y = \frac{1}{2}x$  の交点であるから

$$\begin{aligned} -2x + 4 &= \frac{1}{2}x \\ -4x + 8 &= x \\ 5x &= 8 \\ x &= \frac{8}{5} \end{aligned} \quad \rightarrow y = \frac{4}{5}$$

最大に相当するときは  $(0, 4)$  と通るときに半径は 4  
 $\therefore x^2 + y^2 = 4^2 = 16$

よって

$x = 0, y = 4$  で最大値 16

$x = \frac{8}{5}, y = \frac{4}{5}$  で最小値  $\frac{16}{5}$