

図と式20

連立不等式

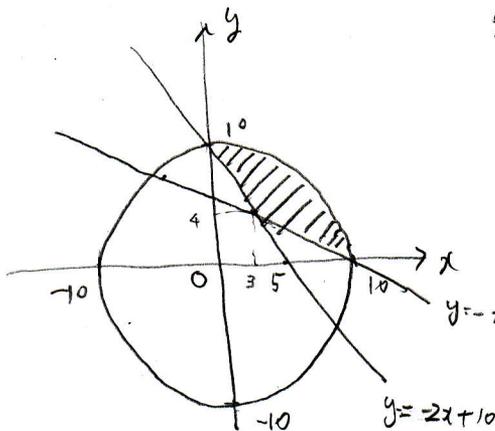
$$x^2 + y^2 \leq 100, 2x + y \geq 10, 4x + 7y \geq 40$$

の表す領域を  $D$  とするとき、次の問いに答えよ。

(1) 領域  $D$  を図示せよ。

(2) 点  $P(x, y)$  が領域  $D$  内を動くとき、 $4x + 3y$  の最大値と最小値を求めよ。

(1)



$$y = -2x + 10$$

$$7y = -4x + 40$$

$$y = -\frac{4}{7}x + \frac{40}{7}$$

[名城大]

2つの直線の交点を調えると上の式より

$$7(-2x + 10) = -4x + 40$$

$$-14x + 70 = -4x + 40$$

$$-10x = -30$$

$$x = 3$$

∴ 交点は (3, 4)

領域  $D$  は斜線部

境界線は含む。

(2)

$$4x + 3y = k \text{ とおいて}$$

$$3y = -4x + k$$

$$y = -\frac{4}{3}x + \frac{k}{3} \text{ のグラフの切片で}$$

考える。この直線を  $l$  とすると、左下図の切片の最大値、最小値がどうなるか

とよか分かる。つまり

最小値は点 (3, 4) に直線が接するとき

$$12 + 12 = k$$

$$\therefore k = 24$$

最大値は  $l$  が円に接するときで、こゝでは原点から  $l$  までの

距離は 10 であるから

$$\frac{|0 + 0 - k|}{\sqrt{16 + 9}} = 10$$

$$\therefore k = 50$$

最大値 50

最小値 24

