



図式
21



$$2y = -x + 2$$

実数 x, y は連立不等式

$$x + 2y - 2 \geq 0, 2x + y + 2 \geq 0, x^2 + y^2 - 9 \leq 0$$

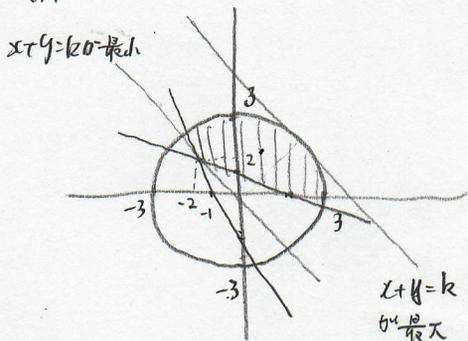
を同時に満たすとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $x + y$ の最大値、最小値とそれぞれの場合の x, y の値を求めよ。

(2) $x - y$ の最大値、最小値とそれぞれの場合の x, y の値を求めよ。

〔同志社大〕

11



$$x^2 + y^2 = 9$$

$$y = -2x - 2$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$\begin{cases} \text{交点} \text{は} & -2x - 2 = -\frac{1}{2}x + 1 \\ (-2, 2) & -4x - 4 = -x + 2 \\ & -3x = 6 \\ & x = -2 \end{cases}$$

$x + y = k$
の最大

$x + y = k$ とおくと
 $y = -x + k$ であるから 円片 k の値を尋ねることにする

$x + y = k$ の最大値は円と直線 $x + y = k$ が円 $x^2 + y^2 = 9$ と第1象限で接するとき、 a と b 原点から直線までの距離は 3 であるから

$$\frac{|-k|}{\sqrt{1+1}} = 3 \quad k = 3\sqrt{2} \quad \therefore a = \frac{3}{2}\sqrt{2}, y = \frac{3}{2}\sqrt{2} \text{ である}$$

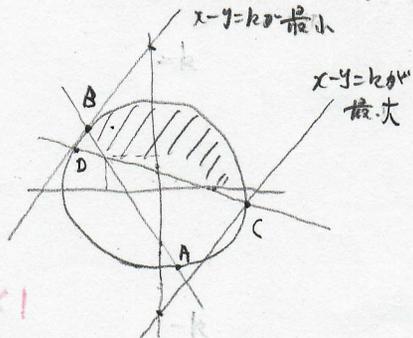
$x + y = k$ として最小値は円と直線が点 $(-2, 2)$ を通るとき $k = 0$

\therefore 最大値 $3\sqrt{2}$, $(x = y = \frac{3}{2}\sqrt{2})$ 最小値 0 ($x = -2, y = 2$)

(2)

11と同様にして直線 $x - y = k$ とし考える

(注) $y = 2x + 2$ 解いて $x = -k$ とおくと
ややこしいので、やや右の方が多い。



円 $x^2 + y^2 = 9$ と直線 $2x + y + 2 = 0, x + 2y - 2 = 0$ の交点と
それらを求める

$$x^2 + (-2x - 2)^2 = 9$$

$$x^2 + 4x^2 + 8x + 4 = 9$$

$$5x^2 + 8x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{41}}{5}$$

$$y = \frac{-2 \mp 2\sqrt{41}}{5}$$

$$x^2 + (-\frac{1}{2}x + 1)^2 = 9$$

$$x^2 + \frac{1}{4}x^2 - x + 1 = 9$$

$$4x^2 + x^2 - 4x + 4 = 36$$

$$5x^2 - 4x - 32 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{41}}{5}$$

$$y = \frac{4 \mp \sqrt{41}}{5}$$

交点

$$\left(\frac{-4 \pm \sqrt{41}}{5}, \frac{-2 \mp 2\sqrt{41}}{5} \right) \dots \textcircled{1}$$

交点

$$\left(\frac{2 \pm 2\sqrt{41}}{5}, \frac{4 \mp \sqrt{41}}{5} \right) \dots \textcircled{2}$$

複号同順

複号同順

1 数楽 <http://www.mathtext.info/>

① $x > 0$ の点 A $x < 0$ の点 B

② $x > 0$ の点 C $x < 0$ の点 D とすると

$x - y$ の最小値は B を通るときで

$$x - y = \frac{-4 - \sqrt{41}}{5} - \left(\frac{-2 + 2\sqrt{41}}{5} \right) = \frac{-2 - 3\sqrt{41}}{5}$$

$x - y$ の最大値は C を通るときで

$$x - y = \frac{2 + 2\sqrt{41}}{5} - \left(\frac{4 - \sqrt{41}}{5} \right) = \frac{-2 + 3\sqrt{41}}{5}$$

$$\left(x = \frac{-4 - \sqrt{41}}{5}, y = \frac{-2 + 2\sqrt{41}}{5} \right) \text{ の最小値 } \frac{-2 - 3\sqrt{41}}{5}$$

$$\left(x = \frac{2 + 2\sqrt{41}}{5}, y = \frac{4 - \sqrt{41}}{5} \right) \text{ の最大値 } \frac{-2 + 3\sqrt{41}}{5}$$