

円の式

円  $x^2 + y^2 - 4ax - 2ay + 20a - 25 = 0$  は、定数  $a$  の値にかかわらず2つの定点を通る。  
その2つの定点を求めよ。 [東京薬科大改]

与式を整理すると

$$x^2 + y^2 - 25 + a(-4x - 2y + 20) = 0$$

これは  $a$  の値にかかわらず成り立つためには

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 25 = 0 \quad \dots ① \\ -4x - 2y + 20 = 0 \quad \dots ② \end{cases}$$

②より

$$2x + y - 10 = 0$$

$$y = -2x + 10 \text{ として } ① \text{ に代入すると}$$

$$x^2 + (-2x + 10)^2 - 25 = 0$$

$$x^2 + 4x^2 - 40x + 100 - 25 = 0$$

$$5x^2 - 40x + 75 = 0$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x-3)(x-5) = 0$$

$$x = 3, 5 \quad x = 3 \text{ のとき } y = 4, \quad x = 5 \text{ のとき } y = 0$$

よって

$(3, 4), (5, 0)$  を通る