



問と答



ある曲線 A 上の点は媒介変数 θ を用いて $x = 2 \cos \theta, y = 2 \sin \theta$ と表わされる。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 曲線 A を x, y の式で表わせ。

(2) 曲線 A と直線 $x + y = k$ が第一象限で接するとき、 k および接点を求めよ。

[明星大]

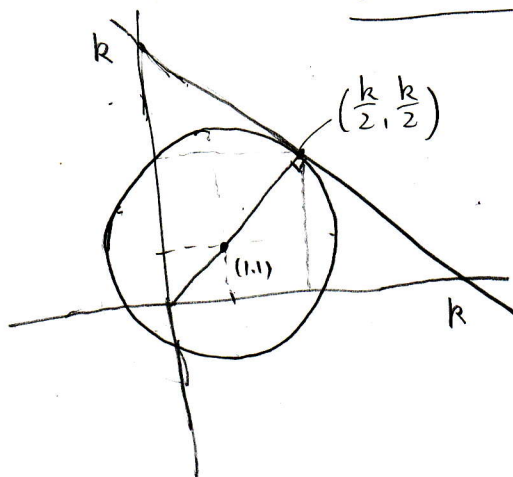
$$\begin{aligned} 2 \cos \theta &= x-1 & 2 \sin \theta &= y-1 \\ \cos \theta &= \frac{x-1}{2} & \sin \theta &= \frac{y-1}{2} \end{aligned}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ より}$$

$$\left(\frac{x-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{y-1}{2}\right)^2 = 1 \quad \text{この式を両辺4倍して}$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4 \quad \dots \text{ (答)}$$

(2)



$$y = -x + k$$

接点を k を用いて表すと

$\left(\frac{k}{2}, \frac{k}{2}\right)$ がこの円の式に代入すると

$$\left(\frac{k}{2} - 1\right)^2 + \left(\frac{k}{2} - 1\right)^2 = 4$$

$$\frac{k^2}{2} - 2k - 2 = 0$$

$$k^2 - 4k - 4 = 0$$

$$k = 2 \pm \sqrt{4 + 4} = 2 \pm 2\sqrt{2}$$

$k > 0$ より

$$k = 2 + 2\sqrt{2}$$

∴ 接点は

$$\left(1 + \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}\right)$$

(答)

